柯江．正交各向异性新模型在平面应力问题中的应用．山西建筑，2013, 39(19): 18-20.

Jiang Ke. Application of new orthotropic model in plane stress problems. Shanxi Architecture, 2013, 39(19): 18-20.

DOI: 10.13719/j.cnki.cn14-1279/tu.2013.19.132

正交各向异性新模型在平面应力问题的应用

柯　江

（陕西理工学院土建学院，陕西　汉中　723001）

摘　要：利用一种正交各向异性的新单元模型来求解平面应力问题，再与有限元法进行对比，可以发现两种方法得到的计算结果吻合良好。

关键词：弹性力学，正交各向异性，单元模型，平面应力

中图分类号：　O343.8　　　　**文献标志码**：A

Application of new orthotropic model in plane stress problems

KE Jiang

(*School of Civil Engineering and Architecture, Shaanxi University of Technology, Hanzhong 723001, China*)

Abstract:　The plane stress problems have solved by using a new orthotropic element model, Compared with the finite element method, it can be found that the results of the two methods are in good agreement.

Key words:　Elasticity, orthotropic, element model, plane stress

0 引言

固体材料一般是各向异性的，例如木材、岩石、复合材料等，但为了简化分析，一般把固体材料简化为各向同性、横观各向同性与正交各向异性。目前，各向异性弹性力学问题的计算方法有解析法与数值解法两大类，但这些计算方法都非常复杂[1]。笔者在文献[2]提出了一种线弹性的正交各向异性新单元模型，而在文献[3]中的新单元模型是文献[2]中新单元模型的特例；在文献[4,5]又把新单元模型推广到各向同性与正交各向异性的理想弹塑性材料，并且给出了利用新单元求解固体受外力作用而发生的位移、应变及应力的方法。对于一个平面应力问题，本文将利用新单元法来求解，并与有限元法进行对比分析。

1 计算模型

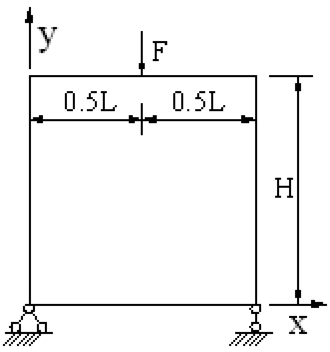


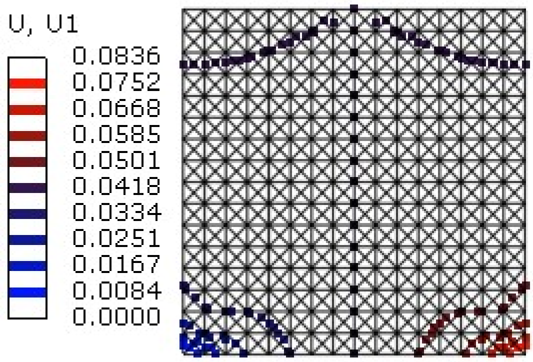
图 1 集中力作用下的简支深梁

一个简支深梁(图 1)，长度 L=16mm，高度 H=16mm，厚度 t=1mm，在顶边的中点承受竖直向下的集中力 F=300N，弹性模量 $E_1=1\times10^4 N/mm^2$，$E_2=2\times10^4 N/mm^2$，泊松比 $v_{12}=0.8$，剪切模量 $G_{12}=11765N/mm^2$。

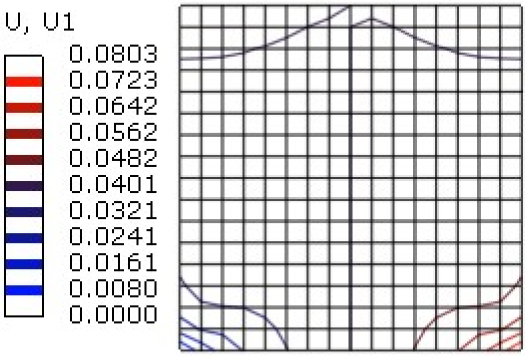
新单元组成的桁架结构计算模型一共包含 256 个新单元，新单元在 x，y 方向的尺寸均为 1mm，三种杆件的截面面积分别为：$A_1=0.14706\ mm^2$, $A_2=0.88235\ mm^2$，$A_3=1.6638\ mm^2$。有限元计算模型采用平面应力单元，单元尺寸与新单元相同，由 256 个平面应力单元组成。

2 新单元法与有限元法的计算对比

基于Abaqus软件分别采用新单元模型与平面应力单元模型计算该简支深梁，得到的简支深梁位移等值线如图2、3所示，得到两种方法的计算结果见表1-5.

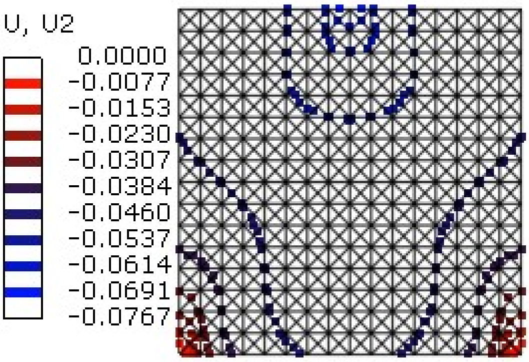


(a) 新单元法

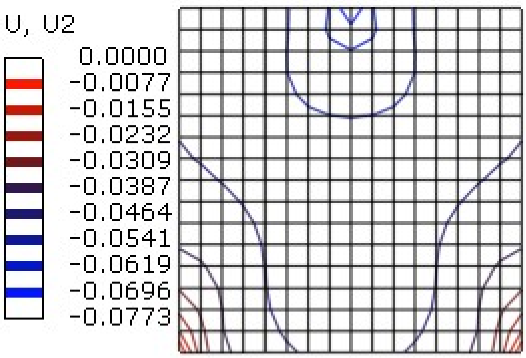


(b) 有限元法

图 2 简支深梁 X 方向位移等值线(mm)



(a) 新单元法



(b) 有限元法

图 3 简支深梁 Y 方向位移等值线(mm)

表 1 两种方法的 X 方向位移对比

考察点的坐标(x,y)/mm	UX/mm	
	新单元法	有限元法
(4,0)	0.0302	0.0285
(4,4)	0.0389	0.0374
(4,8)	0.0404	0.0388
(4,12)	0.0395	0.0379
(4,16)	0.0449	0.0433
(8,0)	0.0417	0.0401
(8,8)	0.0417	0.0401

表 2 两种方法的 Y 方向位移对比

考察点的坐标(x,y)/mm	UY/mm	
	新单元法	有限元法
(8,0)	-0.0472	-0.0476
(8,4)	-0.0499	-0.0504
(8,8)	-0.0511	-0.0515
(8,12)	-0.0555	-0.0559
(8,16)	-0.0767	-0.0773

表 3 两种方法的正应力 σ_x 对比

考察点的坐标(x,y)/mm	σ_x/ N/mm^2	
	新单元法	有限元法
(8,0)	27.18	27.24
(8,4)	10.59	10.44
(8,8)	-1.54	-1.50
(8,12)	-3.21	-2.97
(8,16)	-181.18	-172.26

表 4 两种方法的正应力 σ_y 对比

考察点的坐标(x,y)/mm	σ_y/ N/mm^2	
	新单元法	有限元法
(8,0)	2.53	2.62
(8,4)	1.29	1.50
(8,8)	-10.99	-10.99
(8,12)	-43.13	-42.29
(8,16)	-333.32	-341.92

表 5 两种方法的剪应力 τ_{xy} 对比

考察点的坐标(x,y)/mm	τ_{xy}/ N/mm^2	
	新单元法	有限元法
(4,0)	5.39	0.93
(4,4)	-9.06	-9.05
(4,8)	-17.40	-17.07
(4,12)	-15.42	-14.21
(4,16)	0.91	-0.44

由图 2、3 可知，新单元法与有限元法得到的简支深梁位移等值线非常吻合。由表 1-5 可知，在边界点和荷载作用点，新单元法与有限元法的结果偏差较大；而在离开边界点和荷载作用点稍远的地方，两种方法的计算结果吻合良好。

3 结语

根据正交各向异性的固体新单元模型(各向同性、横观各向同性材料是正交各向异性材料的特例)，采用任何一个可以计算桁架结构的程序就可以非常容易的求解弹性力学问题，与有限元法的计算结果吻合良好，而且当新单元尺寸趋于 0 时，通过新单元法计算的弹性体的位移、应变及应力趋于精确解。

参考文献:

[1] 沈观林,胡更开. 复合材料力学[M]. 北京：清华大学出版社，2006.

[2] KE Jiang. A New Model of Orthotropic Bodies [C]. Applied Mechanics and Materials, August, 2012, Vols.204-208: 4418-4421.

[3] 柯 江 . 弹 性 固 体 的 新 单 元 模 型 [J]. 山 西 建 筑,2012,38(19):58-59.

[4] 柯 江. 基于固体新单元模型分析理想弹塑性问题[J]. 山西建筑,2012,38(36):42-43.

[5] KE Jiang. Applications of a New Element Model of Solid Bodies in Plasticity [C]. Advanced Materials Research, March, 2013, Vols.690-693: 1800-1805.