

## 16. Progettazione con materiali ceramici

### 16.1. Generalità

I materiali ceramici strutturali sono una classe di nuovi materiali che alle caratteristiche proprie dei ceramici tradizionali quali:

- 1) resistenza alle alte temperature;
- 2) resistenza agli agenti ambientali;
- 3) durezza;

uniscono specifiche proprietà quali in particolare:

- 4) buona resistenza meccanica;
- 5) elevata resistenza alla usura;
- 6) buona stabilità dimensionale;

A queste caratteristiche molti ceramici strutturali uniscono anche un peso specifico ridotto (generalmente compreso tra 2.5 e 3.5 g/cm<sup>3</sup>).

Si tratta essenzialmente di materiali con comportamento fragile destinati a sostituire i materiali tradizionali (specialmente i metalli) in quelle applicazioni in cui il componente è soggetto ad elevate temperature, ad elevata usura, ad elevati fenomeni di corrosione ecc. Attualmente i materiali ceramici strutturali trovano applicazione, oltre che in elettronica, telecomunicazioni ed ottica, in vari campi della progettazione meccanica quali:

- 1) scambiatori di calore;
- 2) motori termici volumetrici;
- 3) turbine a gas;
- 4) cuscinetti a rotolamento;
- 5) formatura dei metalli;
- 6) rivestimenti;
- 7) biomeccanica;
- 8) applicazioni militari.

Nel campo degli scambiatori di calore viene sfruttata essenzialmente la capacità di tali materiali di resistere alle alte temperature e le capacità di isolamento termico (bassa conducibilità termica).

Nel campo dei motori termici volumetrici l'uso dei ceramici tende al miglioramento del rendimento e/o del consumo specifico mediante la sostituzione delle parti calde del motore con conseguente eliminazione del sistema di raffreddamento ottenendo così in genere miglioramenti del consumo specifico fino al 15-25% ed allo stesso tempo una semplificazione della macchina. In questo campo i ceramici sono pure vantaggiosamente utilizzati per la produzione delle giranti delle turbine di sovralimentazione sfruttando non solo la resistenza alle alte temperature ma anche il basso peso specifico che riducendo le forze di inerzia riduce anche i tempi di risposta del sistema compressore-turbina alla richiesta di potenza.

Nel campo delle turbine a gas i ceramici sono utilizzati particolarmente per la loro resistenza alle alte temperature di esercizio ( $T > 1000$  °C), per la bassa conducibilità termica nonché per la buona stabilità dimensionale. Si realizzano in questo campo coi ceramici la cassa esterna, i convogliatori di flusso, gli statori, i rotor, i rigeneratori ed altre parti ancora.

Nel campo dei cuscinetti a rotolamento i ceramici strutturali hanno dimostrato una elevata resistenza all'usura ed alla fatica, incrementando le velocità raggiungibili, la resistenza alla corrosione ed una diminuzione del calore sviluppato. Con i ceramici si costruiscono cuscinetti capaci di lavorare in assenza di lubrificazione per periodi limitati ma sufficienti ad assicurare

assenza di fermata della macchina in presenza di avarie del sistema di lubrificazione ecc. Tale requisito è particolarmente apprezzato nel campo navale ed ancor più in quello aeronautico e militare. Cuscinetti in materiale ceramico sono sopravvissuti in assenza di lubrificazione per un'ora in una turbina a gas a pieno carico ed alla velocità massima, mentre in altre esperienze i cuscinetti sono sopravvissuti fino alla rottura della gabbia mantenendo le sfere e le piste in ottime condizioni.

Nel campo della formatura dei metalli i ceramici strutturali sono apprezzati per l'elevata durezza, la stabilità chimica e l'elevata resistenza alla usura, proprietà che fanno dei ceramici degli ottimi strumenti per il taglio e la formatura dei metalli nei processi tecnologici. Da alcuni decenni ormai si costruiscono utensili da taglio per tornio che consentono lavorazioni ad elevata velocità ed ora si costruiscono anche macchine per la trafilatura a caldo. In questo campo l'uso dei ceramici permette di incrementare la produttività e contemporaneamente la qualità dei prodotti finiti raggiungendo risparmi notevoli: la velocità di lavorazione al taglio può crescere fino al 300% durante le operazioni di finitura, mentre i prodotti dell'estrusione riescono ad avere una tolleranza dimensionale maggiore grazie alla stabilità termica dei ceramici. La durata delle attrezzature risulta inoltre aumentata fino al 350% con conseguenti abbattimenti di costi di produzione fino al 50%.

Nel campo dei rivestimenti i materiali ceramici strutturali trovano pure larga applicazione in tutti quei casi (sabbiatori, pompe marine, trasportatori di sostanze abrasive, ecc) in cui la resistenza alla usura è la principale caratteristica richiesta al materiale. In questo campo l'uso dei ceramici consente di allungare almeno di un ordine di grandezza (da pochi mesi ad alcuni anni) la durata delle parti interessate.

Nel campo della biomeccanica l'uso dei ceramici strutturali è legato particolarmente alla realizzazione di protesi ossee e dentarie. Ossa e denti infatti sono due casi di materiali ceramici naturali la cui sostituzione migliore è, per ovvi motivi, quella che utilizza ancora materiali ceramici. In questo campo l'uso dei vari materiali ceramici è subordinato alla eventuale tossicità per l'organismo. Si hanno così materiali tossici, biocompatibili e materiali che possono addirittura essere assorbiti dall'organismo.

Nel campo delle applicazioni militari i materiali ceramici sono stati recentemente utilizzati per la realizzazione del rivestimento esterno di missili particolarmente sollecitati dalla pioggia durante i voli ad alta velocità. Sono pure sfruttate le caratteristiche di resistenza e leggerezza dei ceramici nella realizzazione di scudi protettivi per elicotteri e navi.

## **16.2. Principali caratteristiche fisico-meccaniche**

Per una corretta progettazione di componenti e strutture in materiale ceramico è necessaria una accurata conoscenza delle caratteristiche fisico-meccaniche del materiale nonché l'ausilio di un idoneo procedimento che consenta di individuare le dimensioni minime del componente che assicurino una prefissata affidabilità. Si possono in particolare distinguere due fasi della progettazione:

- 1) scelta del materiale ceramico, eseguita in base al confronto tra proprietà caratteristiche del materiale e le specifiche esigenze e/o limitazioni di progetto;
- 2) dimensionamento e/o verifica di resistenza del componente, ovvero determinazione della affidabilità, eseguiti tenendo conto oltre che dello stato tensionale presente nelle normali condizioni di esercizio, anche di tutti gli altri parametri che possono influenzare la probabilità di rottura del componente in progetto.

Le principali caratteristiche fisico-meccaniche dei materiali ceramici di uso più diffuso nella moderna progettazione meccanica quali nitruro di silicio, carburo di silicio, biossido di zirconio, allumino-silicato di litio e titanato di alluminio, sono riportate nella seguente tabella:

Material	Young's modulus (GPa)	Poisson's ratio	Thermal conductivity W/m°C		Thermal expansion (PPM/°C)	Specific heat (J/g°C)	Density (g/cc)	Strength MPa		Weibull modulus RT (m)	Max Use Temp (°C)
			RT	600°C				RT	600°C		
<i>Silicon nitride</i>											
Hot-pressed (HPSN)	290	0.3	29	22	2.7	0.75	3.3	830	805	7	1400
Sintered (SSN)	290	0.28	33	18	3.1	1.1	3.3	800	725	13	1400
Reaction-bonded (RBSN)	200	0.22	10	10	3.1	0.87	2.7	295	295	10	1400
<i>Silicon carbide</i>											
Hot-pressed (HPSC)	430	0.17	80	51	4.6	0.67	3.3	550	520	10	1500
Sintered (SSC)	390	0.16	71	48	4.2	0.59	3.2	490	490	9	1500
Reaction-bonded (RBSC)	413	0.24	225	70	4.3	1.0	3.1	390	390	10	1300
<i>Partially stabilized zirconia (PSZ)</i>	205	0.30	2.9	2.9	10.5	0.5	5.9	1020	580	14	950
<i>Lithium-aluminum-silicate</i>	68	0.27	1.4	1.9	0.5**	0.78	2.3	96	96	10	1200
<i>Aluminum-titanate</i>	11	0.22-0.26	2	5	1.0	0.88	3.0	41		15	1200
<i>Common metals (Reference)</i>											
Cast iron	170	0.28	49	40	12	0.45	7.1	620	100		500
Steel	200	0.28	38		14	0.45	7.8	1500	140		600
Aluminum	70	0.33	160		22.4	0.96	2.7	370	0		350

**Tab.1** – Proprietà caratteristiche dei materiali ceramici strutturali di uso comune.

Da questa tabella si vede come in pratica esistono tre differenti forme di nitruri di silicio, contraddistinte con le sigle:

- 1) HPSN, pressato a caldo, caratterizzato da elevata resistenza meccanica ed elevata resistenza agli shock termici;
- 2) SSN, sinterizzato, caratterizzato da elevata resistenza si presta alla realizzazione di componenti di forma complessa;
- 3) RBSN, a limitato ritiro da cottura, può anche esso essere usato per realizzare componenti di forma complessa ma presenta rispetto alla forma sinterizzata resistenza meccanica inferiore.

Anche per il carburo di silicio esistono tre differenti forme, quali:

- 4) HPSC, pressato a caldo, caratterizzato da elevata resistenza meccanica mantenuta sino ad altissime temperature (1550 °C);
- 5) SSC, sinterizzato, caratterizzato da resistenza alle alte temperature e facile realizzazione di componenti di forma complessa;
- 6) RBSC, a ritiro limitato, con possibilità di impegno simili al precedente ma con resistenza inferiore.

Si osserva inoltre come:

- 7) il biossido di zirconio parzialmente stabilizzato (PSZ) è caratterizzato da elevata resistenza e tenacità nonché da bassa conducibilità termica: per questo esso trova larga applicazione come isolante termico; inoltre, esso presenta un coefficiente di dilatazione termica simile a quello dell'acciaio ( $\approx 12$  ppm/°C) e pertanto si presta particolarmente alla realizzazione di componenti bimateriale acciaio-ceramica. Pure prossimo a quello dell'acciaio risulta il modulo di Young ed il coefficiente di Poisson.
- 8) l'alluminosilicato di litio (LAS) unisce ad una bassa conducibilità un bassissimo coefficiente di dilatazione (0.5-1 ppm/°C); conseguentemente esso ha doti di ottimo isolante con elevata stabilità dimensionale.
- 9) il titanato di alluminio, infine, presenta proprietà di isolante termico e bassa dilatazione, simili al LAS.

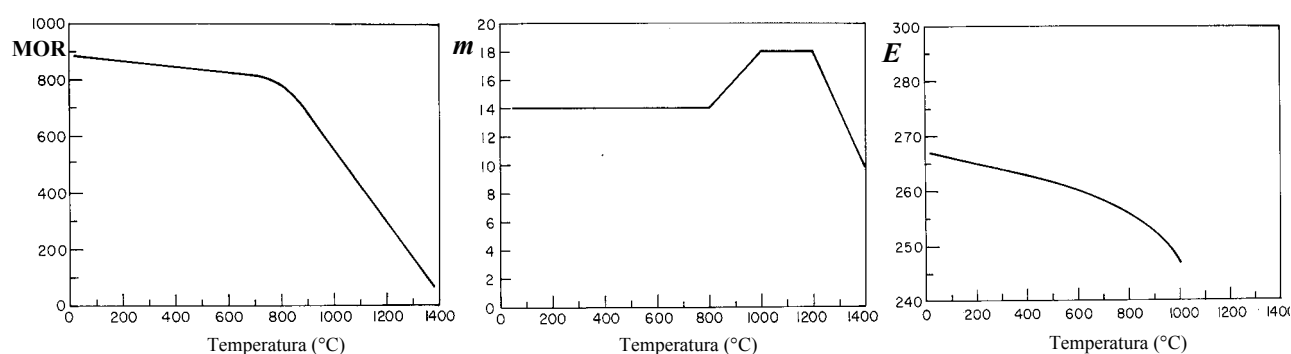
Le proprietà elencate in tab.I consentono in genere di scegliere il tipo di materiale ceramico più appropriato per la particolare applicazione in progetto.

Per quanto concerne la resistenza meccanica, si osservi che per i materiali ceramici questa è definita con riferimento ad una prova di flessione per 3 o 4 punti, e non alla prova di trazione come avviene per i materiali convenzionali. Ciò è dovuto alle difficoltà di afferraggio dei provini. A causa della elevata fragilità del materiale, infatti, un non perfetto afferraggio può influenzare significativamente la rottura. Il carico di rottura rilevato con tali prove è caratterizzato da una elevata dispersione statistica. Per questo la caratterizzazione dei materiali ceramici si esegue utilizzando un numero sufficientemente elevato di provini che consentano la definizione della funzione densità di probabilità di rottura  $p_r(\sigma)$ . Tale funzione è in genere ben approssimata da una distribuzione di Weibull a due parametri (punto iniziale nullo), cioè:

$$p_r(\sigma) = \frac{m}{MOR} \left( \frac{\sigma}{MOR} \right)^{m-1} e^{-\left( \frac{\sigma}{MOR} \right)^m} \quad (1)$$

Nella (1) MOR è il cosiddetto parametro di scala della distribuzione e rappresenta la tensione cui corrisponde una probabilità di rottura del 63.2%.  $m$  è invece il cosiddetto modulo di Weibull che è il parametro di forma della distribuzione, solitamente variabile nel range 7-20.

Evidentemente entrambi i parametri caratterizzano il comportamento del materiale e pertanto, nel caso in cui il componente in progetto è chiamato a lavorare a temperature elevate è necessario conoscere l'andamento di tali parametri con la temperatura. A titolo di esempio le figure seguenti mostrano l'andamento del MOR (fig.1a), del modulo di Weibull  $m$  (fig.1b) e del modulo di Young (fig.1c) per un nitrato di silicio sinterizzato (SSN) al variare della temperatura di esercizio.



**Fig.1** – Proprietà caratteristiche di un SSN al variare della temperatura.

Si vede come, a conferma della buona resistenza di tale materiale alle elevate temperature, tutte le caratteristiche risultano pressoché invariate sino a temperature di esercizio di circa 700-800° C. Al di sopra di tali temperature e sino alla massima temperatura di esercizio (1400 °C) si osservano significative diminuzioni del modulo di rottura ma solo limitate variazioni del modulo di Young. L'andamento del modulo di Weibull risulta invece non monotono.

### 16.3. Progettazione affidabilistica

Il cedimento di un provino in materiale ceramico avviene con le modalità caratteristiche di un materiale fragile: rottura di schianto per propagazione di un difetto intrinseco divenuto instabile. L'elevata fragilità dei ceramici, cioè l'elevata sensibilità all'intaglio, fa sì che la probabilità di rottura del provino sia fortemente legata alla probabilità che un dato difetto si trovi in una zona del componente con tensione maggiore o eguale a quella che ne determina la instabilità. Conseguentemente la resistenza di un materiale ceramico è caratterizzata da una elevata dispersione statistica e per questo essa viene sovente definita in senso statistico mediante la funzione densità di probabilità di rottura ottenuta, come sopra accennato, utilizzando un elevato numero di provini.

A causa di tale elevata variabilità della resistenza meccanica, l'approccio più opportuno alla progettazione meccanica con materiali ceramici è certamente quello affidabilistico che consente la stima della affidabilità del componente a partire dalla conoscenza statistica della resistenza del materiale nonché della geometria del componente e del particolare campo tensionale in esso presente. Con riferimento a quest'ultimo, poiché come avviene sempre per i materiali fragili, la resistenza compressione dei materiali ceramici è di gran lunga più elevata di quella a trazione, nella progettazione si limita sempre la massima tensione positiva, che è la responsabile della frattura (crescita instabile dei difetti).

### 16.3.1 Modello di Weibull

La progettazione affidabilistica dei ceramici viene solitamente eseguita utilizzando il modello probabilistico sviluppato da Weibull (1939). In questo modello il componente è considerato alla stessa stregua di una catena costituita da  $N$  maglie: la rottura di questa avviene allorché si verifica la rottura di una sola maglia, quella più debole. Tale evento risulta indipendente dagli altri eventi (rotture) possibili e pertanto, ragionando in termini statistici, l'affidabilità della catena risulta dal prodotto dell'affidabilità di ciascuna maglia. Allo stesso modo l'affidabilità di un componente strutturale in materiale ceramico risulta pari al prodotto della affidabilità dei singoli elementi di volume che lo compongono.

A tal proposito, l'osservazione sperimentale, eseguita fin dai primi studi condotti dallo stesso Weibull, mostra che in generale la probabilità di rottura  $P_{r,u}$  dell'elementino di volume unitario è legata alla tensione applicata da una funzione esponenziale del tipo:

$$P_{r,u}(\sigma) = 1 - e^{-\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m} \quad (2)$$

in cui  $\sigma_o$  ed  $m$  sono costanti legate al materiale. Secondo questo modello la probabilità di rottura è, come deve essere, zero per tensione nulla ed unitaria per tensione che diverge. L'affidabilità  $A_u$  dell'elementino di volume, pari al complemento ad 1 della probabilità di rottura, è data quindi da:

$$A_u(\sigma) = e^{-\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m} \quad (3)$$

Secondo il modello della catena, l'affidabilità  $A_V(\sigma)$  di un componente di volume  $V$  soggetto ad uno stato tensionale uniforme ( $\sigma$ ) è pari al semplice prodotto delle affidabilità degli elementi unitari che lo compongono (pari a  $V$ ), cioè:

$$A_V(\sigma) = e^{-V\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m} \quad (4)$$

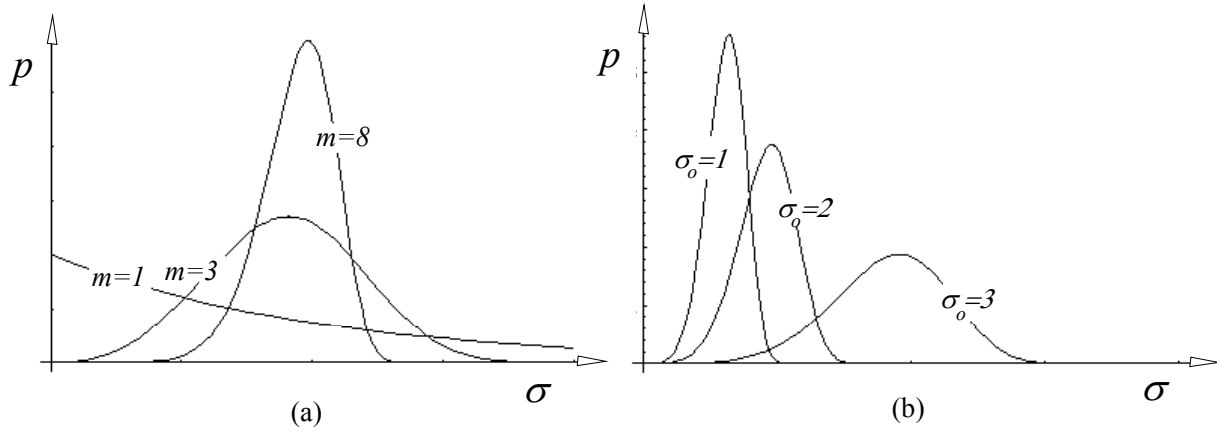
La probabilità di rottura è invece pari a:

$$P_{r,V}(\sigma) = 1 - e^{-V\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m} \quad (5)$$

A questa corrisponde la funzione densità di probabilità di rottura espressa dalla relazione:

$$p_r(\sigma) = \frac{\partial P_{r,V}(\sigma)}{\partial \sigma} = \frac{mV}{\sigma_o} \left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^{m-1} e^{-V\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m} \quad (6)$$

La (6) è indicata come distribuzione di Weibull a 2 parametri. Il parametro  $m$  è detto parametro di forma in quanto definisce la forma della distribuzione mentre il parametro  $\sigma_0$  è un parametro di scala (vedi fig.2):



**Fig.2** – Distribuzioni di Weibull: influenza del parametro di forma (a) e del parametro di scala (b).

Le relazioni (4-6) si riferiscono al caso semplice di un elemento soggetto ad uno stato tensionale uniforme. Se lo stato tensionale non è uniforme l'affidabilità del componente di volume  $V$  è data dalla produttoria delle affidabilità dei singoli volumi unitari costituenti il volume complessivo. Per un componente generico costituito in pratica da  $k$  volumi unitari soggetti a tensione uniforme, si ha quindi:

$$A_V(\sigma) = \prod_k e^{-\left(\frac{\sigma_k}{\sigma_0}\right)^m} = e^{-\sum_k \left(\frac{\sigma_k}{\sigma_0}\right)^m} \quad (7)$$

che nel continuo si scrive come:

$$A_V(\sigma) = e^{-\int_V \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m dV} \quad (8)$$

Alla (8) corrisponde una probabilità di rottura pari a:

$$P_{r,V}(\sigma) = 1 - e^{-\int_V \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m dV} \quad (9)$$

A partire dalla (9) si definisce modulo di rottura MOR la tensione cui corrisponde una probabilità di rottura del 63.2%. Per un elemento soggetto a tensione uniforme, in virtù della (5) si ha in particolare:

$$MOR = [\sigma \text{ tale che } \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m V = 1] \Rightarrow MOR = \frac{\sigma_0}{V^{1/m}} \quad (10)$$

La (10) mostra, in accordo con le ipotesi iniziali, che il MOR è legato oltre che al materiale (a cui è legato direttamente la tensione caratteristica  $\sigma_0$ ), anche al volume dell'elemento. In una prova di caratterizzazione del materiale condotta con un elevato numero di provini, il MOR rappresenta ovviamente il livello di tensione cui corrisponde la rottura del 63.2% di provini.

### 16.3.2 Caratterizzazione sperimentale

In base alla (8) per potere determinare l'affidabilità di un componente meccanico di volume  $V$  soggetto ad un generico stato tensionale monoassiale, è necessario conoscere la tensione  $\sigma_o$  ed il modulo di Weibull del materiale. Utilizzando a tal proposito dei provini soggetti a trazione (stato uniforme) e determinata mediante prove di rottura l'affidabilità  $A_V$ , eseguendo due volte il logaritmo dell'inverso di questa, dalla (4) si ha:

$$\log\left[\log\frac{1}{A_V(\sigma)}\right] = \log\left[V\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m\right] = \log V + m(\log \sigma - \log \sigma_o) \quad (11)$$

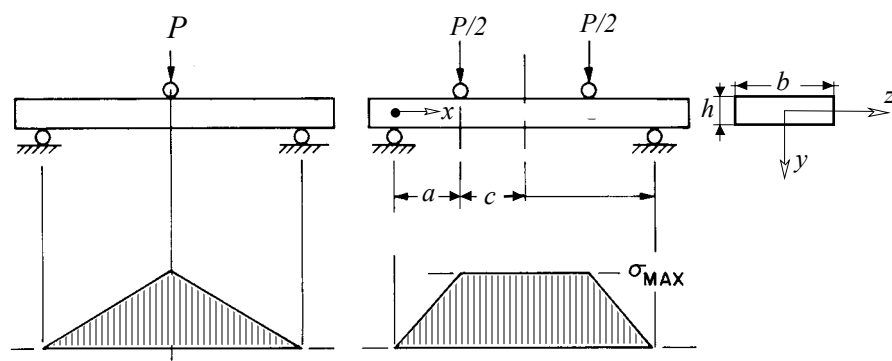
La (11) è l'equazione di una retta. Indicando infatti con  $y$  il doppio logaritmo dell'inverso dell'affidabilità e posto  $x=\log\sigma$ , si ha:

$$y = \log V + m(x - x_o) \quad (12)$$

che è l'equazione di una retta avente coefficiente angolare pari al modulo di Weibull  $m$  ed intercetta  $y_o$  legata alla tensione  $\sigma_o$  dalla relazione:

$$\sigma_o = e^{(\log V - y_o)/m} \quad (13)$$

Determinati allora il coefficiente angolare e l'intercetta della retta interpolante il doppio logaritmo dell'inverso della affidabilità rilevata con provini di trazione, è possibile valutare immediatamente i due parametri di resistenza che caratterizzano il materiale. Sfortunatamente, come accenato in precedenza, l'esecuzione di prove di trazione con materiali ceramici comporta non pochi problemi legati alle difficoltà di afferraggio dei provini ed alla facile rottura di questi in prossimità delle teste per via della elevata fragilità. Al fine di ovviare a tali inconvenienti la caratterizzazione dei ceramici è eseguita comunemente con delle prove di flessione a 3 o 4 punti (vedi fig.3), con preferenza di quest'ultima che permette di avere una zona centrale del provino soggetta ad una sollecitazione di flessione uniforme.



**Fig.3** – Prova di caratterizzazione a flessione per 3 e 4 punti: geometria dei provini e notazione generale.

Considerando la prova di flessione per 4 punti, secondo il modello di Weibull l'affidabilità del provino è pari al prodotto della affidabilità delle due zone laterali ( $l$ ) per l'affidabilità della zona centrale laterale ( $c$ ). Con riferimento alla fig.3, utilizzando la (8) si ha pertanto:

$$A_V(\sigma) = e^{-2b \left[ \int_0^{a/2} \int_0^{h/2} \left( \frac{\sigma_l}{\sigma_o} \right)^m dx dy + c \int_0^{h/2} \left( \frac{\sigma_c}{\sigma_o} \right)^m dy \right]} \quad (14)$$

in cui coi simboli  $\sigma_l$  e  $\sigma_c$  si è indicata la tensione corrente nel tratto laterale e centrale rispettivamente. Si osservi che per tener conto che la rottura dipende esclusivamente dalle tensioni positive, l'integrale è esteso alla sola zona tesa della trave.

Esprimendo il valore della tensione nel generico punto in funzione della massima tensione di flessione (valore caratteristico della prova)  $\sigma_{max}$ , per i due tratti, laterale ( $l$ ) e centrale ( $c$ ) della trave si ha rispettivamente:

$$\sigma_l(x, y) = \frac{\sigma_{max}}{a h / 2} xy; \quad \sigma_c(x, y) = \frac{\sigma_{max}}{h / 2} y; \quad (15-16)$$

Sostituendo queste nella (14) ed integrando si ottiene:

$$A_V(\sigma) = e^{-bh \left[ \frac{mc+a}{(m+1)^2} \right] \left( \frac{\sigma_{max}}{\sigma_o} \right)^m} \quad (17)$$

Confrontando infine la (17) con la (4), valida per un provino in regime monoassiale, si evince che in pratica l'affidabilità di una trave soggetta a flessione per 4 punti è equivalente a quella di un provino soggetto a trazione con  $\sigma = \sigma_{max}$  ed avente un volume  $V_{eff}$  pari a:

$$V_{eff} = bh \left[ \frac{mc+a}{(m+1)^2} \right] \quad (18)$$

Tale valore si definisce volume efficace del provino. Con riferimento al volume efficace  $V_{eff}$  nonché alla massima tensione  $\sigma_{max}$ , probabilità di rottura ed affidabilità di un provino possono essere espresse con le stesse formule del provino soggetto a trazione semplice, cioè:

$$P_{r,V}(\sigma) = 1 - e^{-V_{eff} \left( \frac{\sigma_{max}}{\sigma_o} \right)^m}; \quad A_V(\sigma) = e^{-V_{eff} \left( \frac{\sigma_{max}}{\sigma_o} \right)^m} \quad (19-20)$$

Conseguentemente il valore del modulo di rottura (MOR), pari al valore della tensione massima cui corrisponde una probabilità di rottura del 63.2%, risulta pari a:

$$MOR = [\sigma_{max} \text{ tale che } \left( \frac{\sigma_{max}}{\sigma_o} \right)^m V_{eff} = 1] \Rightarrow MOR = \frac{\sigma_o}{V_{eff}^{1/m}} \quad (21)$$

Utilizzando la definizione del MOR espressa dalla (21), probabilità di rottura ed affidabilità possono scriversi come:

$$P_{r,V}(\sigma) = 1 - e^{-\left( \frac{\sigma_{max}}{MOR} \right)^m}; \quad A_V(\sigma) = e^{-\left( \frac{\sigma_{max}}{MOR} \right)^m} \quad (22-23)$$

Si noti che mentre il parametro di Weibull ed il parametro  $\sigma_o$  sono caratteristiche del materiale, il modulo di rottura (MOR) dipende, in virtù della (21), anche dalla geometria del provino e dal tipo di sollecitazione (distribuzione dello stato tensionale). A titolo di esempio la fig.4a riporta



l'andamento del rapporto  $\sigma_0/\text{MOR}$  al variare del modulo di Weibull  $m$ , per un provino soggetto a flessione per 4 punti, avente dimensioni di 3.175x6.35x31.75 mm caricato con  $a=19.05$  e  $c=9.52$  mm (provino standard). Le due curve si riferiscono al volume misurato in  $\text{cm}^3$  ed in  $\text{in}^3$ .

Per due provini A e B dello stesso materiale ( $\sigma_0=\text{cost.}$ ) ma con diversa geometria e/o condizione di sollecitazione, dalla (21), tenendo conto che  $\sigma_0$  è un invariante, si ha:

$$\text{MOR}_A (V_{\text{eff}})_A^{1/m} = \text{MOR}_B (V_{\text{eff}})_B^{1/m} \quad (24)$$

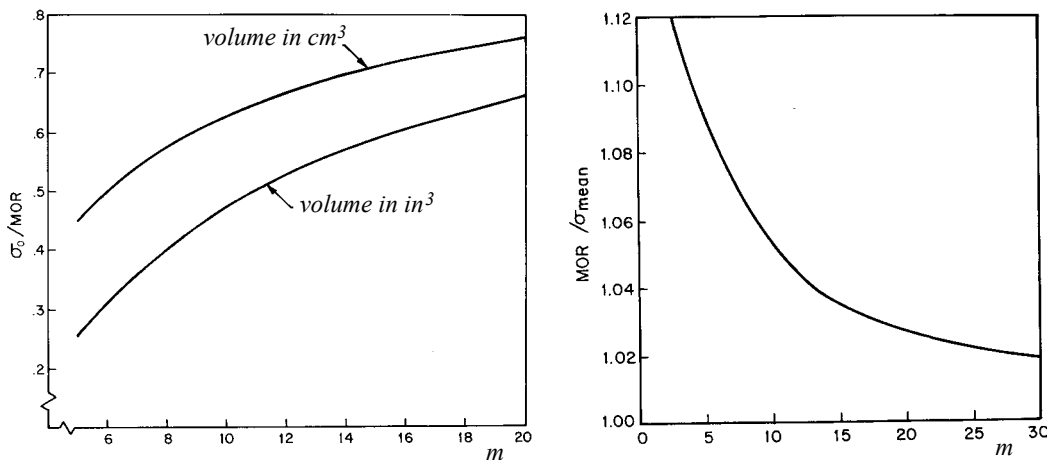
La (24) consente di passare dal MOR di un elemento noto a quello di un altro elemento una volta valutato il volume efficace di entrambi mediante l'integrazione della (8).

Il concetto di volume efficace consente di valutare i parametri caratteristici del materiale con la regola del doppio logaritmo (eq.12) vista per il provino in trazione: basta a tal proposito sostituire il volume  $V$  con il volume efficace  $V_{\text{eff}}$ .

In una certa letteratura il modello di Weibull è utilizzato facendo riferimento alla tensione media  $\sigma_m$  (associata ad una probabilità di rottura del 50%) piuttosto che al MOR. Si dimostra che il legame tra i due parametri involge la funzione gamma secondo la relazione:

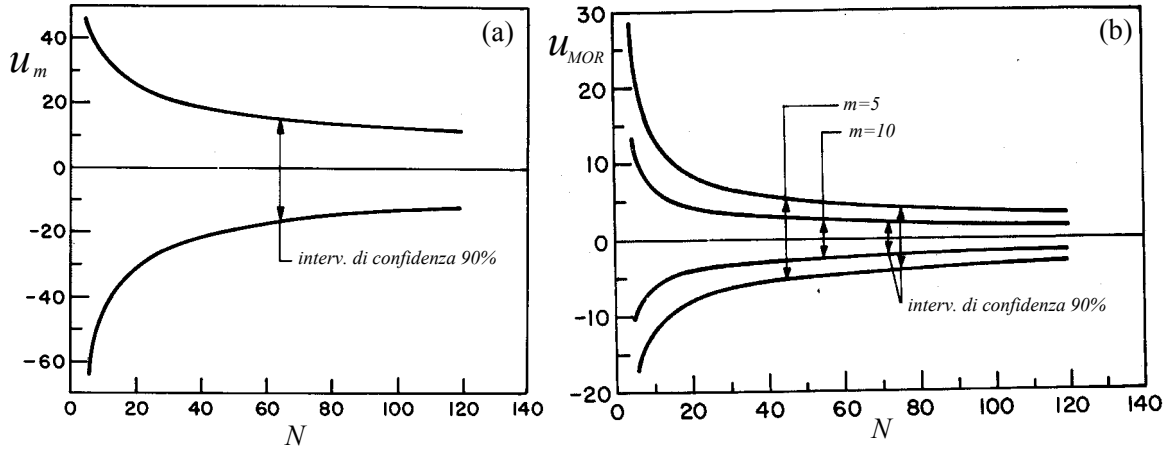
$$\text{MOR} = \frac{\sigma_m}{\Gamma(1 + \frac{1}{m})} \quad \text{essendo} \quad \Gamma(y) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{y-1} dx \quad (25)$$

La (25) può essere utilizzata per passare dalla conoscenza della tensione media al MOR. Per un più facile uso della (25) in fig.4b è riportato l'andamento del rapporto tra MOR e tensione media al variare del modulo di Weibull del materiale.



**Fig.4** – Modello di Weibull: (a) rapporto  $\sigma_0/\text{MOR}$  e (b) rapporto  $\text{MOR}/\sigma_m$  al variare di  $m$ .

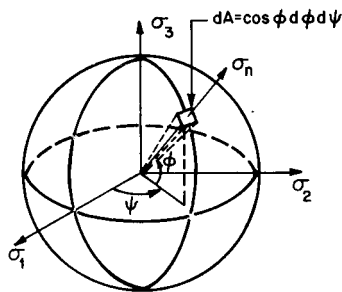
Nelle prove sperimentali, al fine di ottenere una caratterizzazione statisticamente soddisfacente è necessario utilizzare un sufficiente numero di campioni. In caso contrario le stime tanto del modulo di Weibull quanto del modulo di rottura possono risultare affetti da una incertezza relativamente elevata. Si osservi a tal proposito che l'incertezza di  $m$  è legata esclusivamente al numero dei provini utilizzati (diminuisce all'aumentare dei provini) mentre quella del MOR dipende, oltre che dal numero di provini, anche dal modulo di Weibull (diminuisce all'aumentare di  $m$ ). Nella figura seguente per ciascuno dei due parametri è riportata l'incertezza percentuale  $u$  del valore stimato al variare del numero di campioni utilizzati  $N$ , per un intervallo di confidenza del 90%.



**Fig.5** – Incertezza del modulo di Weibull (a) e del MOR (b) al variare del numero di campioni. Si vede chiaramente come l'uso di un numero di campioni inferiore a 30 circa può portare a stime grossolane del modulo di Weibull. Con tale numero di campioni l'incertezza del MOR risulta invece non superiore al 10% circa. Si osservi in particolare che l'incertezza sul MOR cresce al diminuire del modulo di Weibull, in quanto col diminuire di quest'ultimo aumenta la deviazione standard dei risultati (vedi fig.2a).

### 16.3.3 Stato tensionale triassiale

Il modello di Weibull, così come formulato ai capitoli precedenti, può essere utilizzato per la previsione della affidabilità di un generico elemento soggetto ad uno stato tensionale monoassiale. In presenza di un generico stato tensionale triassiale si dimostra che la affidabilità di un elemento può essere stimata considerando una sfera di raggio unitario (vedi figura seguente) ed integrando sulla superficie la tensione normale. Per un generico elemento di volume  $V$  si ha:



$$A_V(\sigma) = e^{-k \int_V \left[ \int_A \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_o} \right)^m dA \right] dV} \quad (26)$$

essendo  $A$  la superficie della sfera di raggio unitario intorno al punto considerato,  $k$  un coefficiente correttivo appositamente introdotto affinché la (26) coincida con la (20) in presenza di stato monoassiale di tensione e  $\sigma_n$  la tensione normale alla superficie, legata alle tre tensioni principali dalla nota relazione:

$$\sigma_n = \cos^2 \phi (\sigma_1 \cos^2 \psi + \sigma_2 \sin^2 \psi) + \sigma_3 \sin^2 \phi \quad (27)$$

Imponendo l'eguaglianza tra la (26) e la (20) per uno stato monoassiale di tensione, si dimostra facilmente che risulta:

$$k = \frac{2m+1}{2\pi} \quad (28)$$

Utilizzando la (28) l'integrale presente nella (26) va esteso a metà sfera (parte superiore per esempio) visto che per la simmetria l'integrale esteso alla parte inferiore è eguale.

### 16.3.4 Principali parametri di influenza

Per comprendere bene il modello di Weibull risulta particolarmente utile conoscere l'influenza che i principali parametri, quali multiassialità dello stato tensionale, volume  $V$  dell'elemento e resistenza del materiale, hanno sulla stima della affidabilità.

#### 16.2.4.1 Influenza della multiassialità

Al fine di valutare l'influenza della multiassialità (biassialità o triassialità) dello stato tensionale, riscrivendo l'equazione (27) in termini della massima tensione principale  $\sigma_1$  e dei rapporti  $C = \sigma_2/\sigma_1$  e  $D = \sigma_3/\sigma_1$ :

$$\sigma_n = \sigma_1 \cos^2 \phi (\cos^2 \psi + C \sin^2 \psi) + D \sin^2 \phi \quad (29)$$

e sostituendo questa nella (26) si ottiene:

$$A_V(\sigma) = e^{-k_o \int_V \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_o}\right)^m dV} \quad (30)$$

con  $k_o$  dato da:

$$k_o(C, D, m) = \frac{2m+1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} [\cos^2 \phi (\cos^2 \psi + C \sin^2 \psi) + D \sin^2 \phi]^m \cos \phi d\phi d\psi \quad (31)$$

Per stato di tensione biassiale idrostatico ( $C=1, D=0$ ) la (31) fornisce in particolare:

$$k_o = \frac{(2^m m!)^2}{(2m)!} \quad (32)$$

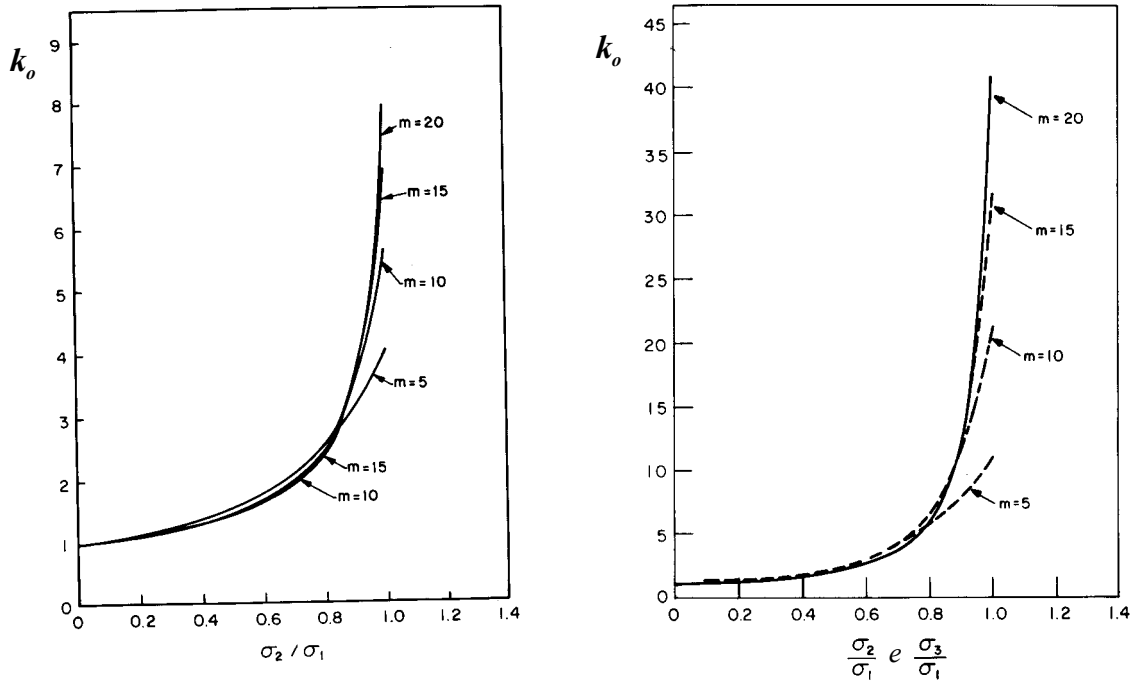
mentre per uno stato idrostatico triassiale ( $C=D=1$ ) la (31) si riduce semplicemente a:

$$k_o = 2m + 1 \quad (33)$$

In virtù della (30) la costante  $k_o$  rappresenta niente altro che il fattore di amplificazione del rischio di rottura (esponente della affidabilità) dovuto alla presenza di uno stato biassiale o triassiale.

Diagrammando l'espressione generale (31) per uno stato di tensione biassiale ( $D=0$ ) in funzione del rapporto di biassialità  $C$ , si vede (fig. 6a) che anche al variare del modulo di Weibull, l'influenza della tensione  $\sigma_2$  è pressoché trascurabile se questa risulta inferiore all'80% della massima tensione principale  $\sigma_1$ . Per tale rapporto infatti risulta  $k_o=2.5$  e quindi per la (30)  $A_{\text{eff}} = (A_{\text{monoassiale}})^{2.5}$  cosicché l'errore relativo che si commette considerando la sola tensione principale è pari a  $[(A_{\text{eff}})^{1/(2.5)-1} - 1]$ . Per una affidabilità effettiva superiore a 0.98 l'errore risulta pertanto non superiore al 1% circa.

Pertanto, ai fini della valutazione della affidabilità, stati tensionali biassiali con  $\sigma_2 < 0.8\sigma_1$  possono essere considerati monoassiali trascurando completamente la tensione  $\sigma_2$



**Fig.6** – Influenza della multiassialità dello stato di tensione sulla stima della affidabilità.

Similmente, diagrammando la (27) per uno stato triassiale con  $C=D$ , si vede (fig.6b) che la costante  $k_o$  è prossima ad 2-2.5 per rapporti  $(C=D) < 0.5\sigma_1$ . In altre parole uno stato tensionale triassiale può essere considerato come monoassiale se la tensione principale intermedia e la tensione principale minore risultano entrambe inferiori al 50% della massima tensione principale (errore non superiore al 1% circa per affidabilità non inferiori a 0.98).

#### 16.3.3.2 Influenza del volume

Al fine di valutare l'influenza del volume del componente, si consideri il caso di due elementi  $A$  e  $B$  dello stesso materiale aventi forma eguale e soggetti alla stessa distribuzione di tensione. Se i due elementi di volume diverso hanno la stessa affidabilità, avranno allora lo stesso rischio di rottura e quindi in virtù della (30) si ha:

$$k_{o,A} \left( \frac{\sigma_{1A}}{\sigma_{o,A}} \right)^m V_A = k_{o,B} \left( \frac{\sigma_{1B}}{\sigma_{o,B}} \right)^m V_B \quad (34)$$

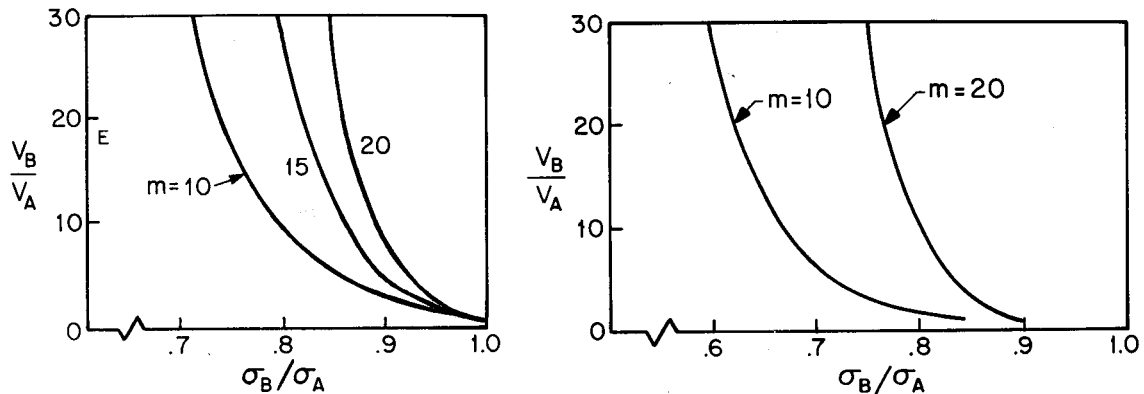
Se materiali e distribuzione delle tensioni sono eguali, risulteranno uguali anche la tensione caratteristica  $\sigma_o$  e la costante  $k_o$  cosicchè si avrà:

$$\frac{V_B}{V_A} = \left( \frac{\sigma_{1A}}{\sigma_{1B}} \right)^m \quad (35)$$

La (35) mostra che il rapporto dei volumi dei due elementi sta all'inverso del rapporto delle corrispondenti tensioni elevato ad  $m$  (funzione esponenziale). Tenuto conto che  $m$  assume valori relativamente elevati (comunemente compresi tra 10 e 20), si ha che, fissata l'affidabilità, a piccole variazioni di tensione corrispondono grandi variazioni di volume. A titolo di esempio la fig.7a mostra l'andamento del rapporto dei volumi al variare del rapporto delle tensioni. Si vede per esempio come per  $m=10$  ad un rapporto delle tensioni di 0.8 corrisponde un rapporto dei volumi pari a 10 circa. In altre parole, considerato uno stesso elemento, il contributo alla probabilità di

rottura dell'elemento delle regioni soggette a tensioni inferiori all'80% di quella massima risulta piccolo.

Nel caso generale in cui lo stato tensionale nei due provini non è eguale, o i due provini hanno forme diverse, la (34) può essere riscritta in termini di tensioni massime e volumi efficaci. Nel caso particolare in cui i due provini hanno la stessa forma e sono soggetti l'uno ad uno stato tensionale monoassiale e l'altro ad uno biassiale con eguale distribuzione, la relazione tra i rapporti volumetrici e tensionali è illustrata in fig.7b.



**Fig.7** – Rapporto dei volumi di elementi aventi la stessa affidabilità in funzione del rapporto delle tensioni: (a) stesso stato tensionale, (b) A monoassiale e B biassiale.

Dalla fig.7b si vede come per esempio per  $m=10$ , uno stato tensionale monoassiale è praticamente equivalente (stessa affidabilità) ad un stato idrostatico biassiale con tensione pari all'84% circa (90% circa per  $m=20$ ).

Conseguentemente si ha che in presenza di stati tensionali biassiali (e triassiali) fare riferimento soltanto alle zone più sollecitate dell'elemento può indurre ad una notevole sovrastima della affidabilità. Per esempio se si ha un elemento con una concentrazione di tensione in regime monoassiale, mentre il resto del modello è soggetto ad uno stato biassiale con tensione prossima all'80% della tensione di picco, allora considerare significativo solo il contributo della zona intorno al picco e trascurare la restante parte del modello (come si può fare in regime monoassiale!) è un grave errore in quanto la probabilità di rottura delle due regioni risulta pressoché confrontabile. Tale errore, inoltre, cresce al crescere di  $m$  (vedi fig.7b).

La situazione peggiora ulteriormente in presenza di stati tensionali idrostatici (o pressoché tali) triassiali: per esempio per  $m=10$  uno stato monoassiale è equivalente ad uno idrostatico con tensione pari al 60% circa.

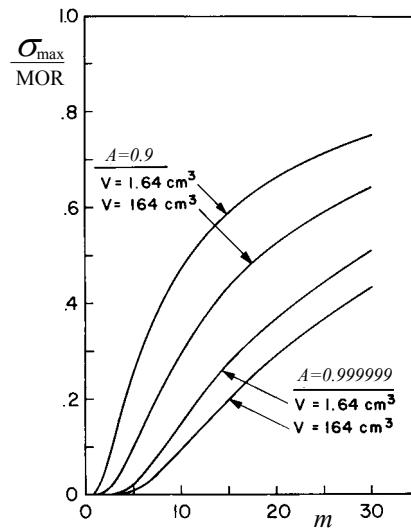
#### 16.3.4.3 Influenza del materiale

Per quanto concerne infine l'influenza delle caratteristiche del materiale, è necessario anzitutto tenere conto delle possibili variazioni che queste possono subire a seguito di variazioni, anche locali, della temperatura. Ciò è particolarmente importante in quei casi ove il componente in progetto è destinato a funzionare a temperature elevate. In presenza di elevati gradienti di temperatura la rottura può avvenire in zone relativamente scariche ma soggette ad elevate temperature piuttosto che in zone altamente sollecitate ma soggette a limitati innalzamenti di temperatura, a cui magari è rivolta erroneamente la maggiore attenzione.

Fissata l'affidabilità desiderata  $A$ , l'influenza del modulo di Weibull sul rapporto tra tensione di progetto e MOR può essere evidenziata facilmente utilizzando l'eq.(23). Da questa dopo alcuni semplici passaggi si ottiene:

$$\left(\frac{\sigma_{\max}}{MOR}\right) = \exp[\log(-\log A)/m] \quad (36)$$

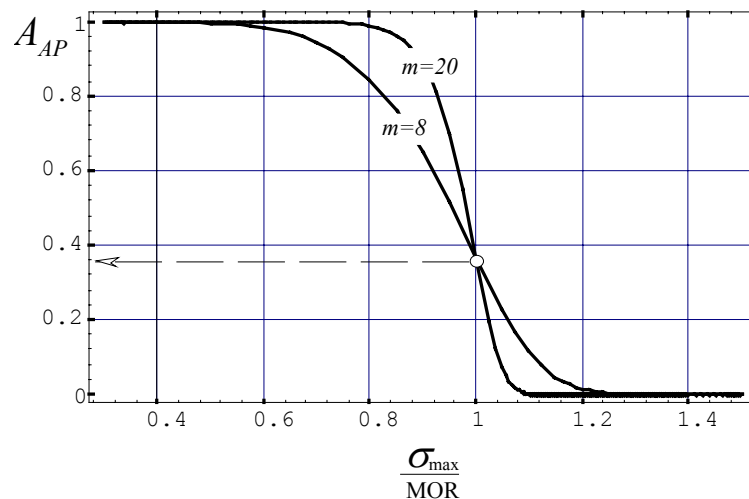
La figura seguente mostra a titolo di esempio l'andamento di tale rapporto per due diversi valori della affidabilità e del volume del componente.



**Fig.8** – Influenza del modulo di Weibull sulla tensione di progetto (affidabilità fissata).

Da questa figura si osserva come, fissata l'affidabilità, la tensione di progetto vari fortemente con il modulo di Weibull  $m$ , con un andamento monotono crescente. Per esempio passando da  $m=10$  a  $m=20$  per un componente con  $V=1.64 \text{ cm}^3$  il rapporto tensione massima su MOR varia da 0.1 a 0.3 cioè subisce una variazione relativa del 200%. In altre parole, potendo scegliere tra una classe di materiali con diverso modulo di Weibull, il materiale migliore è quello avente il più elevato modulo.

La dipendenza infine dal MOR è ovvia: l'affidabilità cresce con esso, in accordo con la stessa eq.(23). La figura seguente mostra l'andamento della affidabilità in funzione del rapporto tra tensione di progetto e MOR, per i due valori estremi assunti dal modulo di Weibull  $m$ .



**Fig.9** – Influenza del rapporto  $\sigma_{\max}/\text{MOR}$  sulla affidabilità, per  $m=8, 20$ .

Si vede come l'affidabilità subisce un rapido decremento allorquando il rapporto  $\sigma_{\max}/\text{MOR}$  risulta maggiore di 0.75 circa (al valore 1 corrisponde 'affidabilità del 36.8% ovvero la probabilità di rottura del 63.2%). Inoltre si osserva come, indipendentemente dal valore assunto dal modulo di

Weibull, per ottenere una affidabilità non inferiore al 99% è necessario che la tensione di progetto sia inferiore al 60% circa del MOR.

La forte influenza dei principali parametri di progetto sulla affidabilità del componente conferma chiaramente come nella progettazione dei ceramici il classico approccio deterministico, che non tiene conto esplicitamente di tali parametri, specie quella del volume, risulta errato ed in generale poco attendibile.

Il miglior modo di eseguire la progettazione meccanica di un elemento in materiale ceramico è pertanto quello di eseguire una analisi tensionale con un codice numerico (FEM/BEM) e valutare così l'affidabilità mediante l'approccio probabilistico esposto, possibilmente mediante uso di un opportuno codice di calcolo automatico che consenta di valutare l'affidabilità una volta noto, punto per punto lo stato di tensione presente.

### 16.3.5 Progettazione semplificata

Fermo restando che l'approccio corretto alla progettazione probabilistica di un generico elemento strutturale in materiale ceramico (avente generica geometria e soggetto alla generica sollecitazione esterna) per il quale non è nota la soluzione teorica del problema elastico associato, si basa sull'uso di un metodo numerico (FEM, BEM) accoppiato con un opportuno codice di calcolo capace di elaborare i risultati numerici mediante uso del modello di Weibull sopra esposto, per una progettazione di massima di un componente o per una preliminare analisi comparativa tra diverse soluzioni progettuali è possibile utilizzare in alternativa una procedura semplificata.

In estrema sintesi tale procedura semplificata consiste nelle seguenti operazioni successive:

- 1) stima della massima tensione presente nel componente;
- 2) stima delle regioni del componente in cui la massima tensione principale risulta superiore al 50% della tensione di picco;
- 3) stima della temperatura di esercizio della regione del componente soggetta a tensioni positive;
- 4) valutazione della eventuale presenza di regioni con stato tensionale monoassiale, nonché idrostatico e triassiale;
- 5) suddivisione della regione con tensione massima superiore all'60% della tensione di picco, in regioni pressoché omogenee di volume  $V_i$ , con tensione massima compresa entro limitati intervalli;
- 6) determinazione, a partire dai dati sul materiale, del modulo di Weibull  $m$  e della tensione caratteristica del materiale  $\sigma_o$  per ciascuna regione omogenea alla corrispondente massima temperatura di esercizio;
- 7) valutazione del rischio complessivo  $B$ , sommatoria del rischio di ciascuna delle regioni omoigenee individuate al punto precedente, valutato utilizzando il coefficiente  $k_o$  più appropriato secondo quanto osservato al capitolo 18.2.3, cioè:

$$B = \sum_i B_i = \sum_i \left[ k_{o,i} \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_o} \right)_i^m V_i \right] \quad (37)$$

- 8) determinazione della affidabilità  $A$  del componente mediante la nota relazione:

$$A = \exp(-B) \quad (38)$$

L'accuratezza del risultato così ottenuto, dipende in larga misura dalla accuratezza con cui si riesce a valutare lo stato tensionale almeno nelle regioni maggiormente sollecitate del componente.

## 16.3.6 Progettazione mediante metodi numerici

Come accennato, l'uso di un metodo numerico per il calcolo dello stato tensionale del componente, accoppiato ad un codice che consente l'applicazione del modello di Weibull allo stato tensionale così determinato, consente in genere di ottenere attendibili valutazioni della affidabilità del componente esaminato.

Anche con questo approccio però si possono commettere errori non trascurabili se lo stato tensionale non è calcolato con elevata accuratezza. Poiché infatti la probabilità di rottura è una funzione esponenziale delle tensioni, si ha che a piccoli errori sullo stato tensionale corrispondono elevati errori sulla affidabilità calcolata. Considerando per semplicità uno stato monoassiale uniforme, senza ledere per questo la generalità del risultato, la relazione che lega la probabilità di rottura col MOR e data da:

$$P_r = 1 - e^{-\left(\frac{\sigma}{MOR}\right)^m} \quad (39)$$

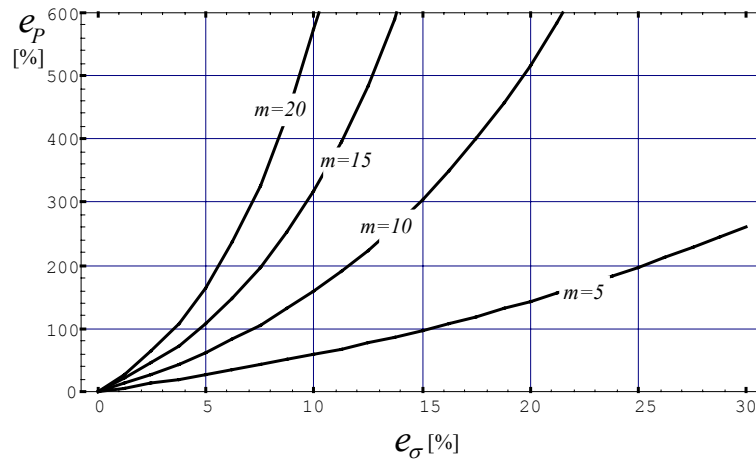
avendo indicato con  $\sigma$  la tensione effettiva (corretta). Se si indica con  $\sigma'$  la tensione approssimata valuta con il metodo numerico utilizzato, la corrispondente probabilità di rottura (errata)  $P'_r$  è data da:

$$P'_r = 1 - e^{-\left(\frac{\sigma'}{MOR}\right)^m} \quad (40)$$

Esprimendo quindi la tensione corretta (incognita) in funzione della tensione errata  $\sigma'$  (nota) e dell'errore relativo  $e_\sigma = (\sigma' - \sigma)/\sigma$ , cioè utilizzando la relazione  $\sigma = \sigma'/(1 + e_\sigma)$ , l'errore relativo  $e_P$  sulla probabilità di rottura assume la forma:

$$e_P = \frac{P'_r - P_r}{P_r} = \frac{1 - e^{-\left(\frac{\sigma'}{MOR}\right)^m}}{1 - e^{-\left(\frac{\sigma'/(1+e_\sigma)}{MOR}\right)^m}} - 1 \quad (41)$$

La figura seguente mostra l'andamento dell'errore relativo sulla probabilità di rottura, espresso dalla (41), al variare dell'errore  $e_\sigma$  per diversi valori del modulo di Weibull e per  $\sigma'/MOR=0.6$ .



**Fig.10** – Influenza sulla probabilità di rottura dell'errore sulle tensioni calcolate.

Dalla fig.10 si vede che se le tensioni non sono calcolate con sufficiente accuratezza ( $e_\sigma < 2\%$ ), l'errore sulla probabilità di rottura può divenire, specie in presenza di elevati moduli di Weibull, molto elevato. Per esempio con  $m=20$  ad un errore sulle tensioni del 10% corrisponde un errore



sulla probabilità di rottura del 600% circa. L'accuratezza delle tensioni calcolate coi metodi numerici (FEM, BEM) è pertanto requisito essenziale per una attendibile valutazione della affidabilità del componente.

### **16.3.7 Scelta della affidabilità**

Nella progettazione affidabilistica di un componente il progettista è solitamente chiamato a fissare il valore di affidabilità accettabile. Le considerazioni che portano alla scelta della affidabilità sono analoghe a quelle che nella progettazione deterministica portano alla scelta del coefficiente di sicurezza.

In mancanza di precise indicazioni, derivanti per esempio dal committente o da progetti precedenti o da specifiche normative, l'affidabilità di un componente valutata con il solo modello di Weibull sarà tanto più elevata quanto più elevate sono le incertezze sui parametri di progetto e soprattutto quanto più grande può essere il danno che la rottura del componente può arrecare. L'affidabilità sarà quindi molto elevata se la rottura può indurre nocumento alla vita umana ovvero può portare a gravi perdite di produzione e/o a gravi danni su impianti ecc. Dovranno pure essere considerati aspetti spesso trascurati come per esempio la eventuale caduta di immagine della ditta produttrice nei confronti della clientela attuale e potenziale e/o le difficoltà di sostituzione del pezzo rotto ecc.

A titolo di esempio si può dire che per un componente la cui rottura può produrre un notevole danno a cose e/o persone, probabilità di rottura dell'ordine di 1 su un milione ( $A=0.999999$ ) sono comunemente adottate, mentre per danno limitato e/o facile sostituzione del pezzo, la probabilità di rottura può scendere a 1 su 1000 ( $A=0.999$ ).

Ovviamente occorre sempre considerare il costo della "affidabilità": a parità di ogni altro parametro l'affidabilità di un componente sarà tanto più bassa quanto più elevato è il costo per ottenerla.

A titolo di esempio si osservi che la probabilità di rottura di prototipi usati nella sperimentazione del prodotto scende solitamente sino a valori dell'ordine di 1 su 10, in quanto in questi casi la produzione di un prototipo con affidabilità più elevata può risultare molto più costoso della realizzazione di più prototipi con bassa affidabilità (pochi pezzi). La realizzazione di un prototipo altamente affidabile può incrementare significativamente i costi della sperimentazione.

## **16.4. Durata di un componente in materiale ceramico**

L'osservazione sperimentale mostra che un componente in materiale ceramico può arrivare a rottura dopo un certo periodo di esercizio anche le sollecitazioni si sono sempre mantenute inferiori a valori sopportabili dal provino vergine, determinati per esempio mediante apposito test all'inizio della vita del componente.

Tali cedimenti sono essenzialmente imputabili a due fenomeni ricorrenti, quali:

- 1) danneggiamento superficiale;
- 2) fatica.

### **16.3.1 Danneggiamento superficiale**

In condizioni di servizio particolarmente ostili per temperatura e/o presenza di sostanze corrosive, fenomeni di danneggiamento superficiale conseguenti alla formazione di ossidi possono verificarsi sulla superficie di componenti in materiale ceramico. Per esempio, a temperature elevate il nitrato di silicio può dar luogo a formazione superficiale di ossidi che risultano caratterizzati da bassa resistenza ed elevato coefficiente di espansione termica lineare. Conseguentemente, significative tensioni termiche possono originarsi sul materiale superficiale e, a causa della bassa resistenza, facili rotture superficiali possono verificarsi con possibilità di propagarsi verso l'interno portando così alla completa rottura del componente stesso.

In questi casi la rottura del componente dopo un certo periodo di vita può essere in linea di principio evitato facendo riferimento nella progettazione alla resistenza del materiale superficiale degradato (ossidato) piuttosto che al materiale ceramico integro. Sfortunatamente però la stima della resistenza del materiale dopo un certo periodo di vita risulta non priva di difficoltà in quanto in genere si verifica una sorta di sinergismo tra corrosione e stress (tenso-corrosione), cosicché la resistenza testata su un provino soggetto alle stesse condizioni di esercizio del componente ma scarico (pre-ossidazione) risulta in genere molto superiore di quella del componente stesso. Per una corretta stima della resistenza del materiale degradato le prove devono essere pertanto eseguite utilizzando provini soggetti non solo alle stesse condizioni ambientali ma anche alla stessa storia di carico. Ciò evidentemente complica notevolmente le prove di caratterizzazione cosicché solo in pochi casi questo approccio è realmente attuabile. Negli altri casi la resistenza può essere stimata solo mediante sperimentazione diretta, condotta su un certo numero di componenti soggetti alle effettive condizioni di esercizio.

#### 16.4.2 Fatica e crescita lenta dei difetti

Come accade nei materiali tradizionali, l'applicazione di un carico variabile ad un componente in materiale ceramico può portare a rottura anche quando la sollecitazione risulta sempre inferiore alla sollecitazione massima sopportabile dal componente vergine (fatica). Come nei materiali tradizionali, l'applicazione di un carico variabile dà luogo ad una crescita stabile dei difetti che porta a rottura dopo un certo periodo di servizio.

Sfortunatamente, sebbene vari studi sulla fatica dei ceramici siano stati condotti da vari ricercatori, allo stato attuale non sono disponibili teorie attendibili che possono essere utilizzate per la previsione della vita a fatica di componenti in materiale ceramico.

Nei materiali ceramici inoltre la crescita stabile dei difetti può avvenire anche in presenza di un carico statico, specie se il componente opera a temperature elevate (crescita stabile sotto carico statico). Tale fenomeno particolare è stato oggetto di vari studi che hanno evidenziato come la velocità di crescita dei difetti è legata al fattore di intensificazione delle tensioni da una relazione del tipo:

$$v = qK_I^n \quad (42)$$

essendo  $q$  ed  $n$  due costanti dipendenti dal materiale e dalla temperatura di esercizio.

In entrambi i casi di sollecitazione, fatica o carico statico, per stimare l'evoluzione nel tempo della affidabilità del componente è necessario legare le dimensioni dei difetti con le caratteristiche del materiale che intervengono nel modello di Weibull. A tal proposito sebbene siano state proposte varie teorie, allo stato attuale non esistono relazioni accurate e pertanto, come per il danneggiamento superficiale, una attendibile stima della vita del componente può essere fatta soltanto mediante sperimentazione diretta, condotta su un certo numero di componenti soggetti alle effettive condizioni di esercizio.

#### 16.5. Giunzioni metallo-ceramico

Nella stragrande maggioranza dei casi i materiali ceramici sono utilizzati per la realizzazione di singoli componenti di strutture realizzate per la restante parte con materiali tradizionali (metalli). L'accoppiamento metallo-ceramico deve essere correttamente progettato tenendo in debita considerazione il problema legato alle tensioni termiche che una variazione di temperatura produce in prossimità dell'interfaccia a causa del diverso coefficiente di dilatazione termico lineare dei due materiali a contatto. Infatti, tali tensioni possono portare facilmente alla rottura del componente ceramico allorquando le deformazioni relative sono impediti.

Esistono fondamentalmente tre diversi modi di realizzare una giunzione metallo-ceramico che consente di ovviare a questi inconvenienti:

- 1) interposizione di un layer deformabile;
- 2) contatto diretto con limitato forzamento;
- 3) brasatura o incollaggio;

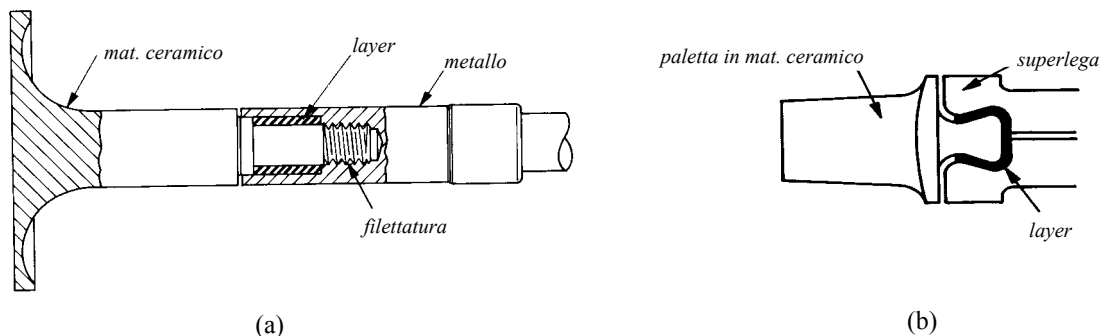
### 16.5.1 Interposizione di un layer deformabile

Il modo più diffuso di ovviare agli inconvenienti sopra accennati è quello di interporre tra metallo e ceramica un sottile strato di un terzo materiale relativamente deformabile. Tale layer assolve in genere a due distinti scopi: (a) distribuzione del carico di contatto evitando così pericolose ed anomale concentrazioni di tensione e (b) permettere spostamenti relativi in presenza di variazioni di temperatura.

Un problema generale nella realizzazione di tali giunzioni è quello di assicurare il mantenimento di un corretto posizionamento dei due componenti collegati anche al variare della temperatura di esercizio. A tal fine il collegamento è realizzato solitamente con limitata interferenza. Per questo sono state sviluppate spesso apposite soluzioni progettuali, alcune delle quali prevedono che il corretto posizionamento sia assicurato da elementi indipendenti.

Al fine di evitare che il giunto possa allentarsi in esercizio a seguito di variazioni di temperatura è necessario utilizzare per il layer un materiale con elevato coefficiente di dilatazione termico lineare.

A titolo di esempio la figura seguente mostra il collegamento di un rotore (in materiale ceramico) ad un albero di trasmissione (fig.11a) ed il collegamento di una pala di turbina (in materiale ceramico) al relativo rotore (fig.11b).



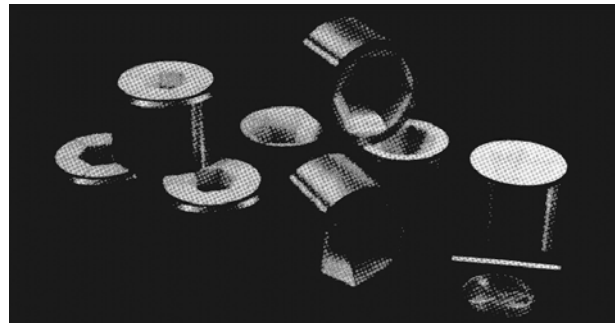
**Fig.11** – Giunzioni metallo-ceramico mediante interposizione di layer deformabile: rotore-albero di trasmissione (a) e pala-rotore (b).

### 16.5.2 Contatto diretto con limitato forzamento.

In molte applicazioni la giunzione metallo-ceramico viene realizzata mettendo a contatto diretto i due materiali con limitato forzamento. In generale ciò è ottenuto colando il metallo attorno al componente in ceramica con procedimento appositamente sviluppato che consenta di ottenere un livello di interferenza che sia un compromesso tra la esigenza di limitare le sollecitazioni sulla ceramica e l'esigenza di assicurare l'assenza di distacco al variare della temperatura di esercizio.

Poiché le variazioni di temperatura possono portare, a causa del diverso coefficiente di dilatazione dei materiali, a significative variazioni della interferenza, questa soluzione è generalmente adottata allorquando il componente è chiamato a lavorare a temperature non molto elevate ovvero quando il materiale ceramico presenta un coefficiente di espansione termico lineare prossimo a quello del metallo. Ciò si verifica per esempio nelle giunzioni tra allumina o biossido di zirconio parzialmente stabilizzati (rispettivamente  $\alpha=10.2 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  e  $\alpha=7.4 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ) ed acciaio ( $\alpha \approx 11 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ). A

titolo di esempio la figura seguente mostra alcune matrici di estrusione in materiale ceramico giuntati a manicotti di supporto con forzamento.



**Fig.12** – Giunzioni metallo-ceramico mediante contatto diretto e forzamento limitato: matrici di estrusione.

Nel caso di ceramici con basso coefficiente di dilatazione un sufficiente forzamento è invece sempre necessario per evitare il distacco dei due componenti al sopraggiungere di variazioni di temperatura.

In molti casi il collegamento metallo-ceramico può essere realizzato mediante filettatura. Tale soluzione è consigliabile soltanto quando è possibile assicurare limitate sollecitazioni sulle filettature. Le concentrazioni di tensione sul fondo filetto infatti possono portare a facile rottura il collegamento. Per questo nella maggior parte dei casi la filettatura ha semplicemente lo scopo di assicurare il posizionamento mentre il carico viene scambiato attraverso superfici più estese, possibilmente con interposizione di un layer deformabile (vedi per esempio fig.11b).

### 16.5.3 Brasatura e incollaggio

Per basse temperature di esercizio ( $T < 200\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) il collegamento metallo-ceramico può essere realizzato mediante uso di adesivi opportunamente sviluppati per lo scopo. In questi casi è necessario prevedere sempre opportuni sistemi di posizionamento, non potendo questo ultimo essere in genere demandato allo stesso adesivo per via di possibili scorrimenti ecc.

Per temperature più elevate si ricorre alla brasatura previo trattamento superficiale del componente ceramico finalizzato all'ottenimento di uno strato superficiale di materiale compatibile con il materiale della brasatura (metallizzazione). In alternativa al trattamento superficiale si usano per la brasatura materiali opportunamente messi a punto contenenti sostanze che reagiscono con il materiale ceramico superficiale (metallizzazione) garantendone una buona adesione.

Nella progettazione di giunti brasati metallo-ceramico è necessario tener conto delle tensioni residue che si originano durante il raffreddamento del giunto dalla temperatura di brasatura.

Al fine di limitare tali tensioni è bene eseguire un raffreddamento lento in modo da consentire il verificarsi nel materiale interposto di benefici fenomeni di scorrimento viscoso (creep). Anche in presenza di tali accorgimenti, per una accurata progettazione è sempre buona norma tener conto delle tensioni residue da brasatura.

## 16.6. Tensioni termiche

Nella progettazione di componenti con materiali ceramici particolare attenzione deve essere rivolta alle eventuali tensioni termiche che possono insorgere nel materiale specie a seguito di brusche variazioni di temperatura (thermal shock). La situazione peggiore per i ceramici, materiali poco resistenti a trazione, è lo shock termico derivante da repentini raffreddamenti della superficie. A ciò seguono infatti pericolose tensioni di trazione dovute al ritiro del materiale, con facile possibilità di formazione e propagazione instabile di cricche e conseguente rottura del componente. Tali

fenomeni pertanto vanno tenuti in debita considerazione ed in genere possono essere limitati con vari accorgimenti quali:

- a) riduzione del gradiente termico lungo lo spessore del componente intervenendo, ove possibile, sulle condizioni di esercizio;
- b) suddivisione del componente in più parti separate, soggette ciascuna a distribuzioni di temperatura più uniformi;
- c) eliminazione di variazioni brusche della geometria e/o di spessori eccessivamente piccoli specie in zone soggette ad elevati flussi termici (riduzione del gradiente).

In presenza di significativi gradienti è necessario eseguire una attendibile valutazione della affidabilità del componente mediante una accurata analisi termomeccanica condotta utilizzando un metodo numerico (FEM, BEM).

Si tratta sovente di analisi relativamente laboriose e dispendiose in termini di tempi e risorse hardware necessari. Alla laboriosità si aggiungono inoltre in molti casi non poche complicazioni derivanti dalle difficoltà legate alla corretta definizione delle condizioni al contorno (temperature, flussi termici, ecc.), che può coinvolgere impegnative indagini sperimentali.

## 16.6. Proof-testing ed affidabilità

Nella usuale progettazione meccanica la probabilità di rottura di un componente assume valori in genere molto bassi, da 1/1.000 a 1/1.000.000. Tali valori sono certamente molto più bassi di quelli che si hanno nelle prove di caratterizzazione del materiale. In queste prove infatti l'uso di un ridotto numero di campioni permette di determinare con accuratezza soltanto la parte centrale della curva della probabilità di rottura, con esclusione delle due code. Queste ultime, cioè la parte alta e la parte bassa della curva, utilizzata di fatto nella progettazione, sono quindi determinate per estrapolazione utilizzando il modello teorico di Weibull. Conseguentemente si ha che l'uso dei dati sperimentali ottenuti con pochi provini (solitamente 30 circa) non permette una accurata stima della probabilità di rottura del componente progettato.

Per una progettazione più accurata tale stima può essere migliorata mediante prova diretta del componente (proof-testing). Se tale prova è eseguita sottoponendo il componente ad una tensione  $\sigma_p$  ed il componente supera la prova (non si rompe), allora ragionando in termini statistici si può dire che l'affidabilità del componente provato alla tensione di prova risulta unitaria. Si dimostra più in particolare che l'affidabilità  $A_{ap}$  del componente provato (after proof) alla generica tensione  $\sigma$  risulta dato dalla semplice relazione:

$$A_{ap}(\sigma) = \frac{A(\sigma)}{A(\sigma_p)} \quad (43)$$

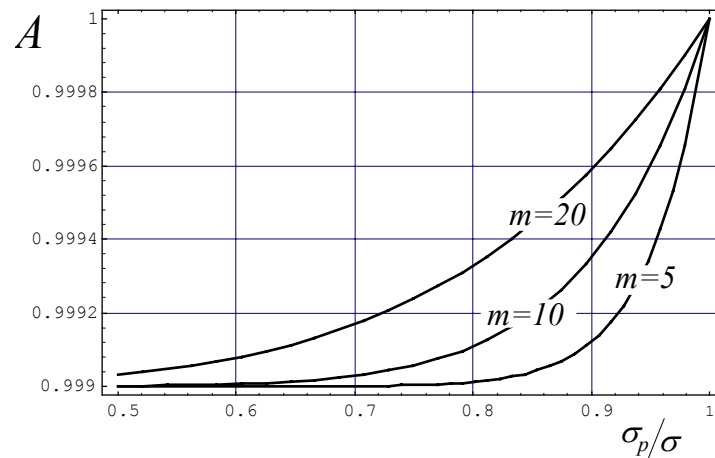
che utilizzando il modello di Weibull si può anche scrivere come:

$$A_{ap}(\sigma) = \exp\left[-\left(\frac{\sigma^m - \sigma_p^m}{\sigma_o^m}\right)V\right] \quad (44)$$

Dalla (44), dopo alcuni passaggi è possibile esplicitare il legame tra affidabilità del componente provato e tensione di prova; si ha:

$$A_{ap}(\sigma) = \exp\{-[1 - (\sigma_p / \sigma)^m] \log A(\sigma)\} \quad (45)$$

La figura seguente, ottenuta diagrammando la (45), mostra a titolo di esempio la affidabilità di un componente provato in funzione della tensione di prova, per una affidabilità iniziale pari a 0.999 (probabilità 1/1000) e diversi valori di  $m$ .



**Fig.13** – Legame tra affidabilità e tensione di prova per componente con affidabilità iniziale pari a 0.999.

Si vede come per ottenere significativi aumenti della affidabilità è necessario utilizzare tensioni di prova sufficientemente prossime alla tensione di progetto. Per esempio per materiale con  $m=10$ , per ottenere un aumento della affidabilità di un fattore 10, da 0.999 a 0.9999, è necessario utilizzare una tensione di prova pari a circa il 99% della tensione di progetto.

Le (43-45) sono valide nella ipotesi che l'esecuzione della prova non produca alcun danno al componente provato. Come osservato al capitolo 16.3.2, invece, l'applicazione di un carico per un certo tempo, specie ad elevate temperature arreca un danneggiamento all'elemento (crescita dei difetti sotto un carico statico).

Per questo motivo l'affidabilità del pezzo provato, ottenuta mediante la (45), può in alcuni casi risultare approssimata per eccesso. Al fine di evitare ciò è buona norma limitare al minimo possibile la durata della prova.