

8. Tensioni interlaminari

8.1. Generalità

Con il termine “tensioni interlaminari” si intendono quelle tensioni che si sviluppano all’interfaccia tra le lamine di un laminato composito a causa del diverso orientamento delle lamine, cioè della diversa rigidezza di queste nelle generica direzione fissata. Tali tensioni non sono previste dalla teoria classica dei laminati e di fatti esse si sviluppano nella zone del laminato dove quest’ultima cade in difetto. Questa teoria infatti, come accennato al capitolo 5, fornisce risultati accurati per laminati correttamente incollati di piccolo spessore, relativamente alle zone lontane dai punti di applicazione del carico e dei vincoli, nonché dei bordi liberi. In prossimità di un bordo libero del laminato, la teoria classica della laminazione cade in difetto. Per comprendere la genesi delle tensioni interlaminari si consideri per esempio il caso semplice di una asta costituita da un laminato simmetrico con lamine orientate a $\pm\theta$, soggetta a trazione semplice, come illustrato in fig.1

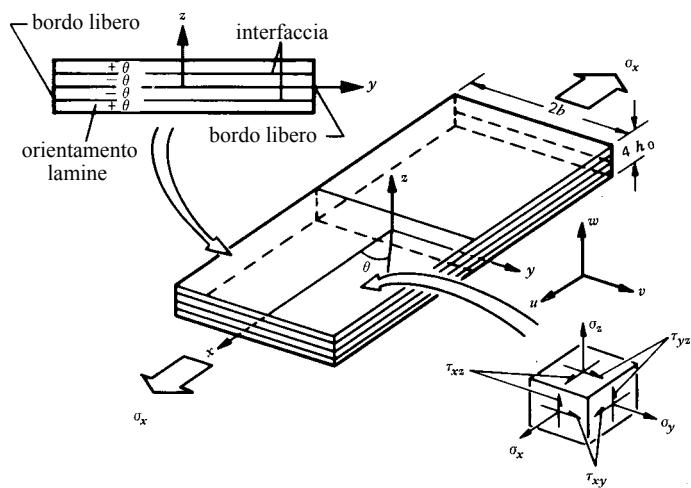


Fig.1 - Modello di asta costituita da un laminato simmetrico $[\pm\theta]_S$ soggetto a trazione.

Per tale modello semplice utilizzando la teoria della laminazione, si ha che in ciascuna lama sono presenti oltre che "legittime" tensioni σ_x anche tensioni σ_y e τ_{xy} . Per la generica lama del laminato si ha infatti:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \tilde{E} \end{bmatrix}_k \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

cioè:

$$\begin{aligned} \sigma_{y,k} &= \tilde{E}_{21,k} \epsilon_x + \tilde{E}_{22,k} \epsilon_y \neq 0 \\ \tau_{xy,k} &= \tilde{E}_{31,k} \epsilon_x + \tilde{E}_{32,k} \epsilon_y \neq 0 \end{aligned} \quad (2-3)$$

In ciascuna lama tali tensioni sono in pratica dovute alla presenza delle lamine con orientamento opposto che impediscono gli scorrimenti che la lama libera subirebbe sotto la sollecitazione applicata. Sollecitazioni simili si hanno anche in laminati generici (non simmetrici) nonché in laminati cross-ply a causa del diverso coefficiente di Poisson longitudinale e trasversale delle lamine. In un laminato cross-ply soggetto ad un carico allineato con le direzioni principali si ha

pure la presenza di tensioni σ_y ($\tau_{xy}=0$) poiché il coefficiente di Poisson longitudinale è più grande di quello trasversale. le lamine allineate pertanto subirebbero, se libere, una deformazione in direzione ortogonale al carico molto più grande di quella delle lamine a 90° . Poiché le lamine sono bloccate dall'adesivo ne risulta che le lamine allineate con il carico sono soggette a tensioni σ_y positive (trazione), quelle ortogonali al carico a tensioni σ_y negative (compressione).

In ogni caso (laminato simmetrico, non simmetrico, angle-ply, cross-ply ecc) le tensioni σ_y e τ_{xy} devono essere nulle nei contorni liberi laterali ($y= \pm b$) della asta. Tali tensioni pertanto subiranno delle variazioni in prossimità dei contorni a partire dai valori previsti dalla teoria classica della laminazione.

A tal proposito l'osservazione sperimentale mostra che tali variazioni sono in genere limitate ad una larghezza pari allo spessore stesso del laminato. In questa striscia pertanto la teoria classica della laminazione non risulta valida.

La variazione delle tensioni σ_y e τ_{xy} lungo y da luogo, in accordo con le equazioni di equilibrio indefinite (valide per isotropi ed anisotropi derivando da semplici considerazioni di equilibrio), ad uno stato tridimensionale di tensione. In particolare, con riferimento alla zona centrale dell'asta, lontana dai vincoli, le tensioni sono certamente indipendenti dalla coordinata x , cosicché in assenza di forze di massa le equazioni di equilibrio si scrivono come:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (4-6)$$

Dalla prima equazione si vede come le variazioni lungo y della tensione τ_{xy} danno luogo alla nascita di tensioni τ_{xz} . Analogamente, in virtù della seconda equazione di equilibrio, la variazione lungo y della tensione σ_y da luogo alla nascita di tensioni τ_{yz} che però devono annullarsi al bordo libero. Queste ultime pertanto avranno anche esse una variazione lungo y che per la terza equazione di equilibrio da luogo alla nascita della tensione σ_z . Tale componente di tensione sarà nulla in superficie e, per ovvie ragioni di equilibrio risulterà auto-equilibrata (risultante e momento risultante nullo) nello spessore del laminato.

In definitiva pertanto, mentre lo stato tensionale all'interno del laminato è piano, nei punti in prossimità dei bordi liberi (ad eccezione dei punti posti sulle superfici libere) esso diviene tridimensionale.

8.2. Analisi delle tensioni interlaminari

L'analisi teorica, numerica o sperimentale dello stato tensionale in prossimità dei bordi di un laminato mostra che in corrispondenza dell'interfaccia tra le lamine queste tensioni (τ_{xy} , τ_{yz} e σ_z) possono raggiungere valori relativamente elevati. In particolare la tensione τ_{xz} è caratterizzata da elevati gradienti e può raggiungere valori singolari (infinito). E' questa infatti l'unica tensione che non è soggetta a limitazione alcuna. La tensione σ_z infatti deve annullarsi oltre che all'interno anche al bordo libero mentre la tensione τ_{yz} deve annullarsi, come osservato sulle due superfici, inferiore e superiore del laminato.

A titolo di esempio la figura seguente mostra l'andamento delle tensioni interlaminari per il modello mostrato in figura 1 con $\theta=45^\circ$ e $b/h_o=8$, calcolate numericamente (differenze finite) considerando le lamine costituite in fibra di carbonio-resina epossidica con le seguenti

caratteristiche elastiche: $E_L = 138$ GPa, $E_T = 14.5$ GPa, $\nu_{LT} = \nu_{TL} = 0.21$ (ipotesi semplificativa), $G_{LT} = 5.8$ GPa.

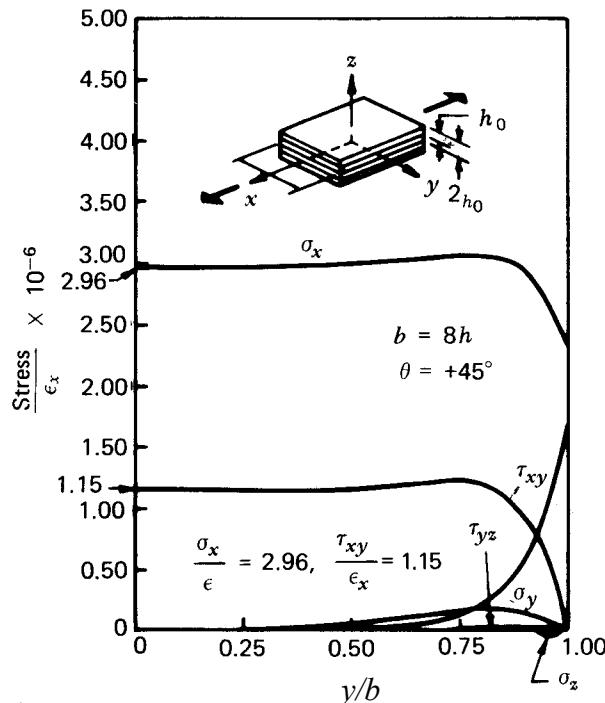


Fig.2 – Andamento delle tensioni interlaminari nel modello di fig.1.

La fig.1 mostra chiaramente come per $y/b < 0.5$ le tensioni σ_x , σ_y e τ_{xy} sono praticamente uniformi (si legge in figura $\sigma_x / \epsilon_x = 2.96 \times 10^{-6}$, $\tau_{xy} / \epsilon_x = 1.15 \times 10^{-6}$) e coincidono con quelle previste dalla teoria classica dei laminati. Nella striscia laterale di larghezza $b/2$ pari allo spessore $4h_0$ del laminato ($b/2 = 8h_0/2 = 4h_0$) tali tensioni subiscono invece significative variazioni. In particolare dapprima queste subiscono tutte un limitato incremento, poi la tensione σ_x diminuisce mentre le tensioni τ_{xy} e σ_y si annullano al bordo libero.

Nella stessa striscia si hanno delle tensioni interlaminari σ_z e τ_{yz} di modesta entità mentre la tensione interlaminare τ_{xz} presenta un elevato gradiente e raggiunge valori confrontabili con le tensioni previste dalla teoria dei laminati.

Gli elevati valori locali delle tensioni interlaminari ed in particolare della tensione σ_z di trazione, sono spesso responsabili dell'innesto di fenomeni di delaminazione che in genere riducono significativamente la resistenza a fatica del laminato.

Fermo restando il tipo (sforzo normale, flessione ecc) e l'entità della sollecitazione esterna nonché la geometria del laminato, l'entità delle tensioni interlaminari è legata alla discontinuità delle costanti elastiche delle lamine adiacenti che determina in pratica un vero e proprio fenomeno di concentrazione delle tensioni. Tali tensioni possono essere accuratamente valutate solo mediante analisi numeriche o sperimentali. In ogni caso l'entità delle tensioni interlaminari è legata a parametri caratteristici del laminato quali:

- 1) numero delle lamine;
- 2) sequenza di impacchettamento.

Per quanto concerne il numero delle lamine, l'osservazione sperimentale e le valutazioni numeriche mostrano che fermo restando lo spessore del laminato, all'aumentare del numero di lamine e quindi al diminuire dello spessore delle lamine, le tensioni interlaminari decrescono.

Per quanto concerne invece la sequenza di impacchettamento delle lamine, la migliore sequenza è

evidentemente quella che da luogo alle minori discontinuità nelle caratteristiche elastiche delle lamine adiacenti. In molti casi la sequenza di impacchettamento influenza il segno della tensione σ_z . In questi casi, ove possibile vanno evitate le sequenze di impacchettamento che determinano tensioni positive cui corrisponde una più facile delaminazione.

Il problema delle tensioni interlaminari, proprio per la sua importanza specie in presenza di sollecitazioni di fatica, è attualmente oggetto di studio da parte di vari ricercatori. Sebbene siano stati sviluppati vari metodi teorici approssimati, una accurata valutazione delle tensioni interlaminari può essere in molti casi eseguita solo mediante metodi sperimentali e numerici (FEM, BEM). L’approfondimento dell’argomento esula dagli scopi del presente corso e pertanto, per ulteriori approfondimenti, si rimanda alla letteratura specializzata.