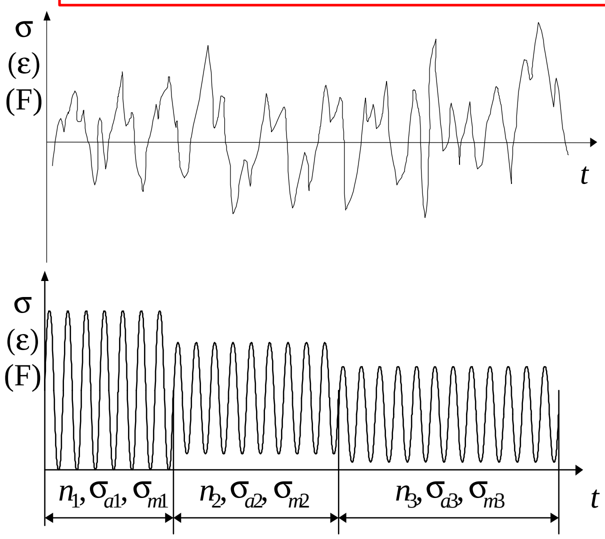
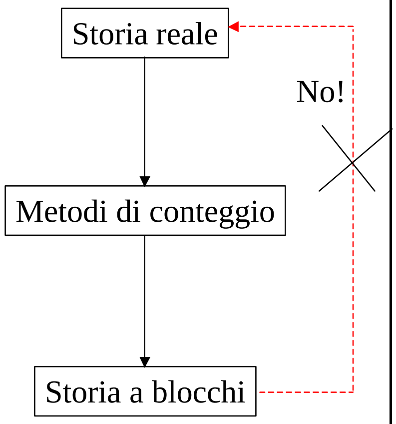
FATICA CON SOLLECITAZIONI AD AMPIEZZA VARIABILE

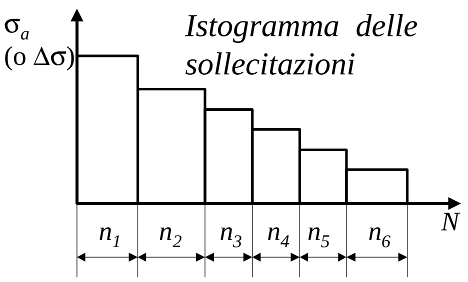


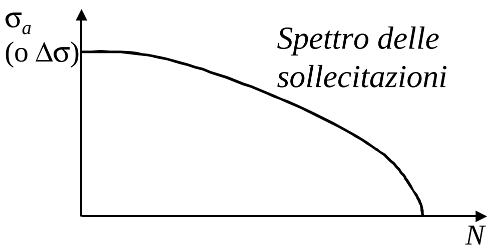


NB: si perde l'effetto della sequenza dei cicli

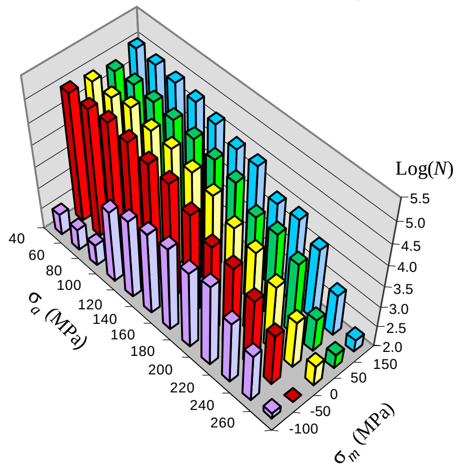
Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 1

Cumulativi di sollecitazione – Matrici delle sollecitazioni





Matrice degli eventi (rainflow)



Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 2

Danneggiamento – regola di Palmgren (1924) – Miner (1945)

Propagazione: danneggiamento = Δa (danno fisico)

Nucleazione: Danneggiamento = vita "consumata" ($\neq$ danno fisico)

$$D_i = \frac{n_i}{N_i}$$

n_i: Numero di cicli nel blocco *i*esimo

N_i: Vita nell' *i*esima condizione

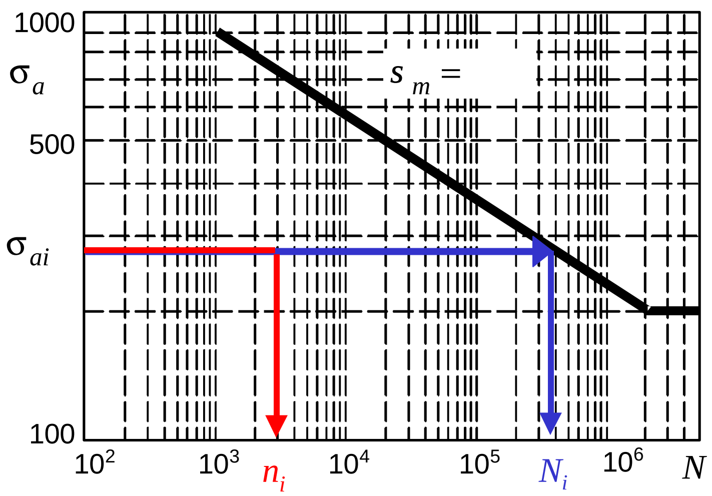
Regola di accumulo del danno lineare

$$D = \sum D_i = \sum \frac{n_i}{N_i} = C \quad \Leftrightarrow \quad \text{rottura}$$

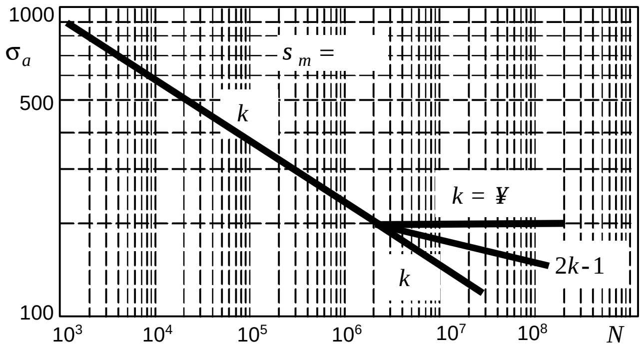
$C = 0.5 \div 2$ (Sperimentazione di Miner)

$C \approx 1$ storie di carico "pseudo random"

$$D = \sum D_i = \sum \frac{n_i}{N_i} = 1$$



… con la fatica ad ampiezza variabile il limite di fatica può scomparire



(Haibach)

Caso con tensione media variabile da blocco a blocco...

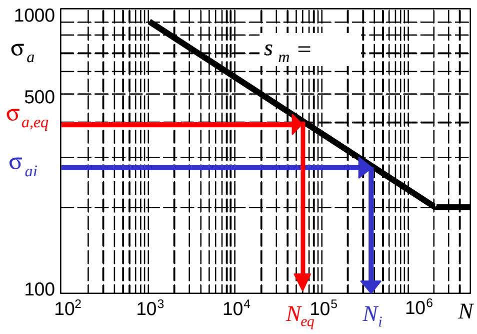
$$D = \sum D_i = \sum \frac{n_i}{N_i} \qquad CS = \frac{1}{D} \quad \text{(in termini di durata)}$$

Caso con tensione media costante al variare dei blocchi

tensione e durata equivalente...

Data una $\sigma_{a,eq}$...
$$\frac{n_{eq}}{N_{eq}} = \sum \frac{n_i}{N_i} \quad \text{(stesso danno)}$$

..diag. log-log
$$\sigma_{ai}^k N_i = \sigma_{a,eq}^k N_{eq} \Rightarrow \frac{N_{eq}}{N_i} = \frac{\sigma_{ai}^k}{\sigma_{a,eq}^k}$$



$$\frac{n_{eq}}{N_{eq}} = \sum \frac{n_i}{N_i}$$

$$n_{eq} = N_{eq} \sum \frac{n_i}{N_i}$$

$$\sigma_{ai}^k N_i = \sigma_{a,eq}^k N_{eq} \Rightarrow \frac{N_{eq}}{N_i} = \frac{\sigma_{ai}^k}{\sigma_{a,eq}^k}$$

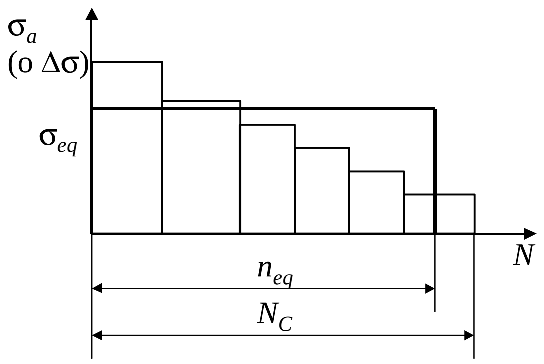
$$N_i = N_{eq} \frac{\sigma_{a,eq}^k}{\sigma_{ai}^k}$$

$$n_{eq} = \cancel{N_{eq}} \sum \frac{n_i}{\cancel{N_{eq}} \dfrac{\sigma_{a,eq}^k}{\sigma_{ai}^k}}$$

$$\boxed{n_{eq} = \sum n_i \frac{\sigma_{ai}^k}{\sigma_{a,eq}^k}} \longrightarrow \boxed{\sigma_{a,eq} = \sqrt[k]{\frac{\sum n_i \sigma_{ai}^k}{n_{eq}}}}$$

$$\boxed{n_{eq} = \sum n_i \frac{\sigma_{ai}^k}{\sigma_{a,eq}^k}}$$

$$\boxed{\sigma_{a,eq} = \sqrt[k]{\frac{\sum n_i \sigma_{ai}^k}{n_{eq}}}}$$



Se si pone

$$n_{eq} = \sum n_i = N_C$$

(numero complessivo di cicli)

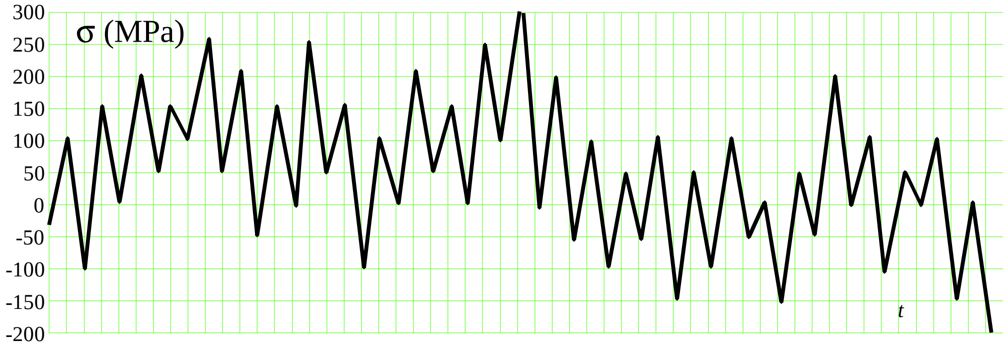
$$\boxed{\sigma_{a,eq} = \sqrt[k]{\sum \alpha_i \sigma_{ai}^k}}$$

$$\alpha_i = n_i / N_C$$

Utile per:
Prove di delibera accelerate
Calcoli di prima impostazione

Metodi di conteggio

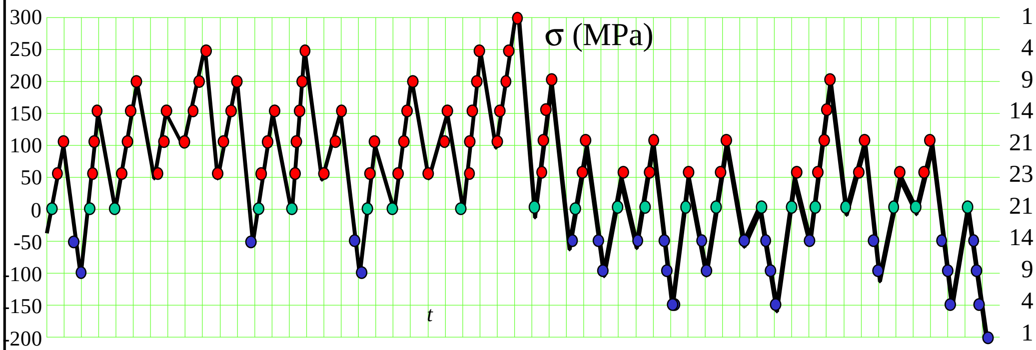
Storia di carico



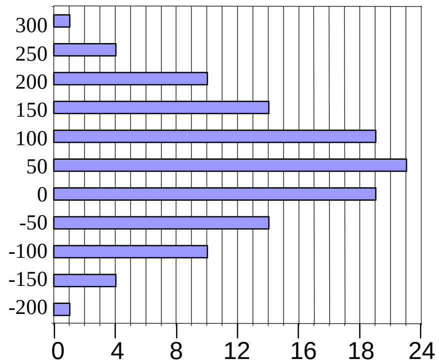
Metodi monoparametrici: level crossing counting, peak counting, peak –valley counting, mean crossing counting

Metodi biparametrici: range pair counting, rainflow

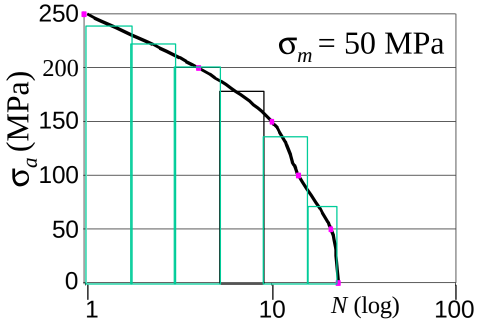
Metodo di conteggio “level crossing”



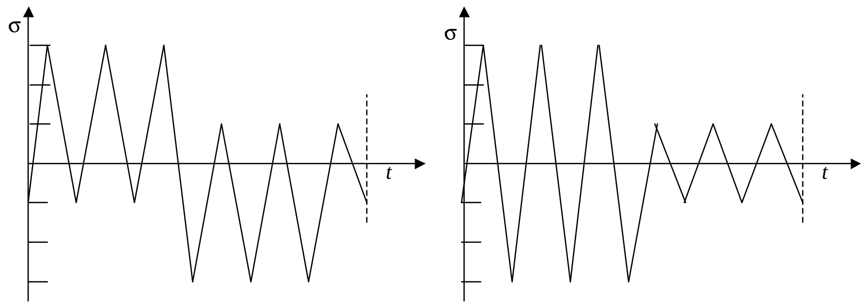
Istogramma “orizzontale”



Spettro di carico
istogramma

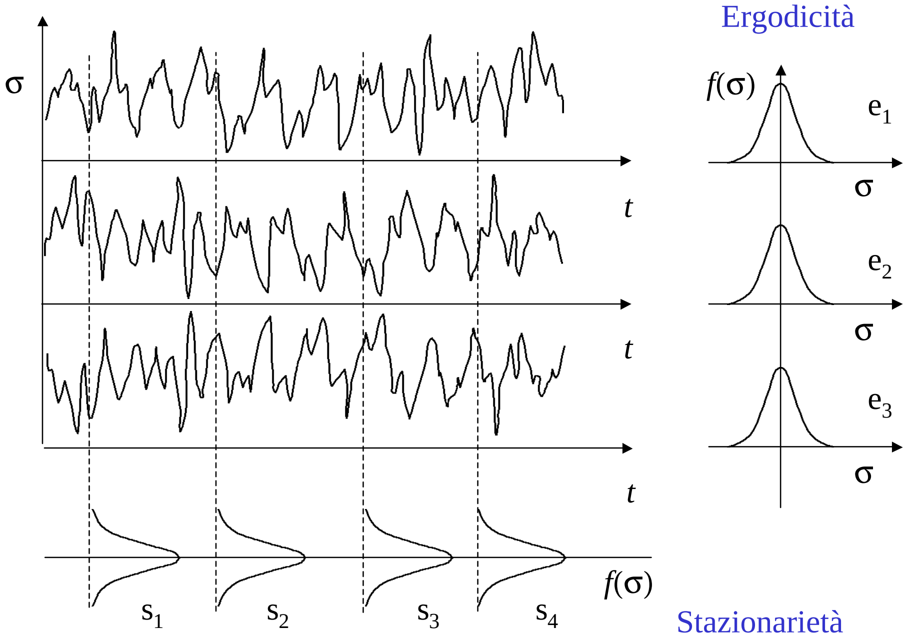


Problema: queste due storie di carico danno lo stesso conteggio



Motivo: le storie di carico devono essere stazionarie ed ergodiche ….

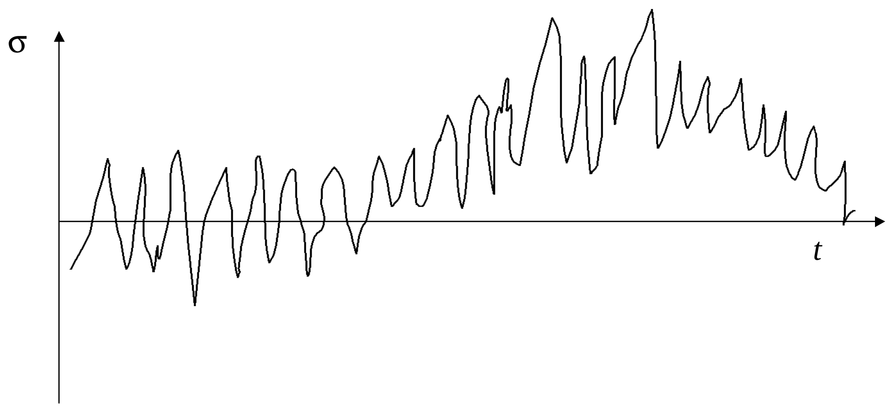
Ergodicità



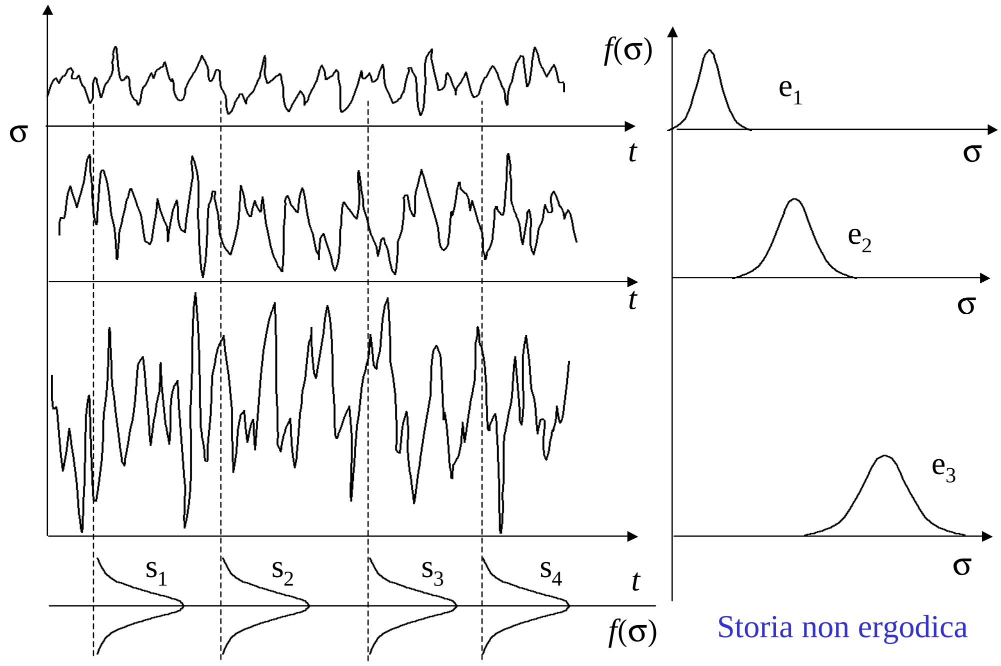
Stazionarietà

Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 13

Storia non stazionaria (manovra)



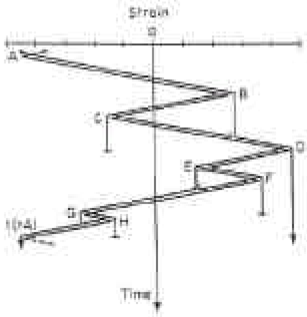
Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 14



Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 15

Esistono diversi altri metodi di conteggio, ma attualmente il più utilizzato è il *rain-flow*

- **Matsuishi & Endo (1968) analogy: "Falling Rain" on "Pagoda Roof"**

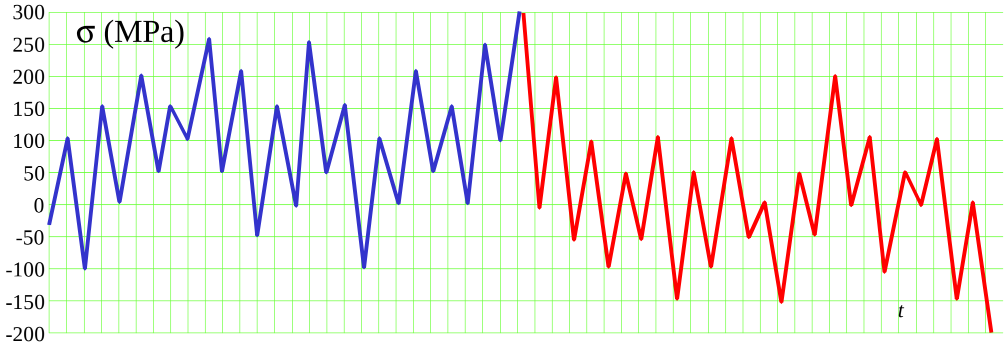


Cycles: A-D, B-C, E-F, G-H (Same as Hysteresis loops)

Il metodo rain-flow non richiede stazionarietà ed ergodicità.

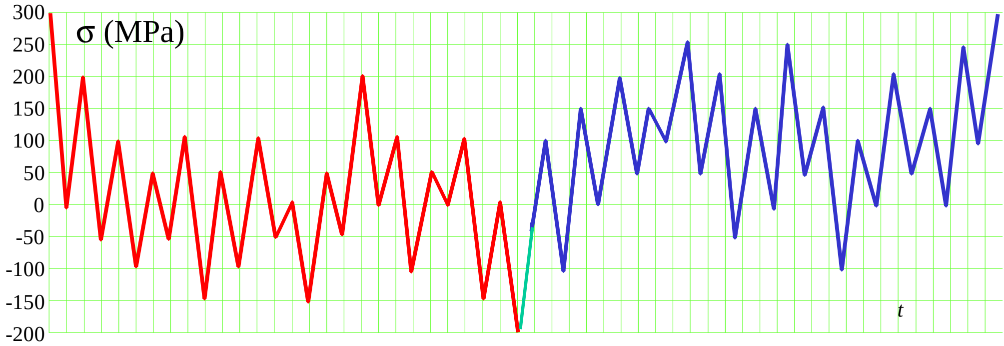
Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 16

Metodo di conteggio rainflow (versione del serbatoio)



La storia viene modificata in modo da avere agli estremi il picco più alto

Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 17



Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 18

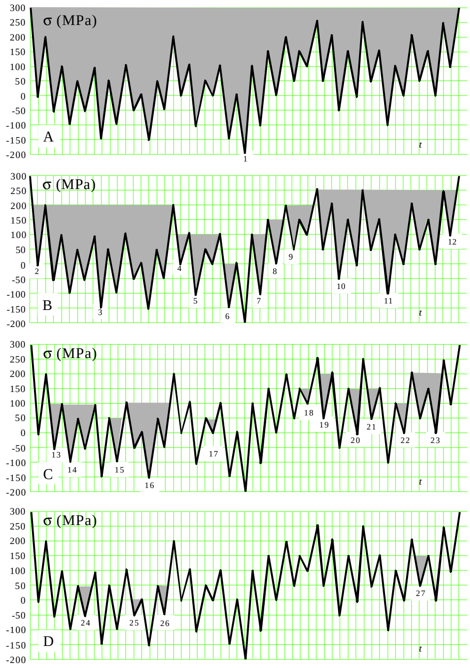
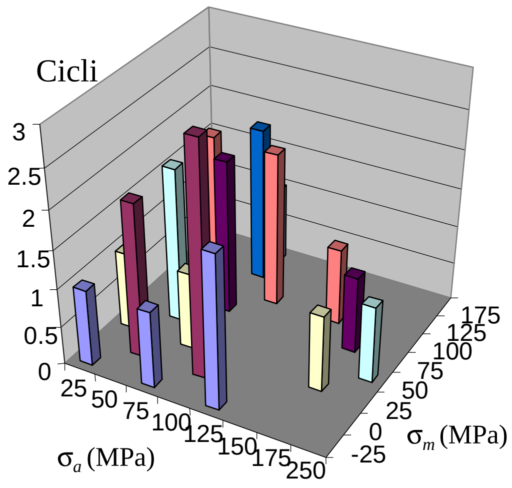
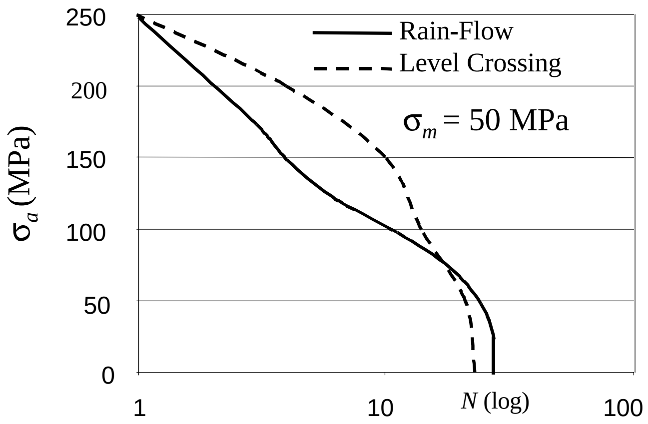


Tabella I: Conteggi (MPa)					
n	min	max	$\Delta\sigma$	σ_a	σ_m
1	-200	300	500	250	50
2	0	200	200	100	100
3	-150	200	350	175	25
4	0	100	100	50	50
5	-100	100	200	100	0
6	-150	100	250	125	-25
7	-100	100	200	100	0
8	0	150	150	75	75
9	50	200	150	75	125
10	-50	250	300	150	100
11	-100	250	350	175	75
12	100	250	150	75	175
13	-50	100	150	75	25
14	-100	100	200	100	0
15	-100	50	150	75	-25
16	-150	100	250	125	-25
17	0	50	50	25	25
18	100	150	50	25	125
19	50	200	150	75	125
20	0	150	150	75	75
21	50	150	100	50	100
22	0	100	100	50	50
23	0	200	200	100	100
24	-50	50	100	50	0
25	-50	0	50	25	-25
26	-50	50	100	50	0
27	50	150	100	50	100



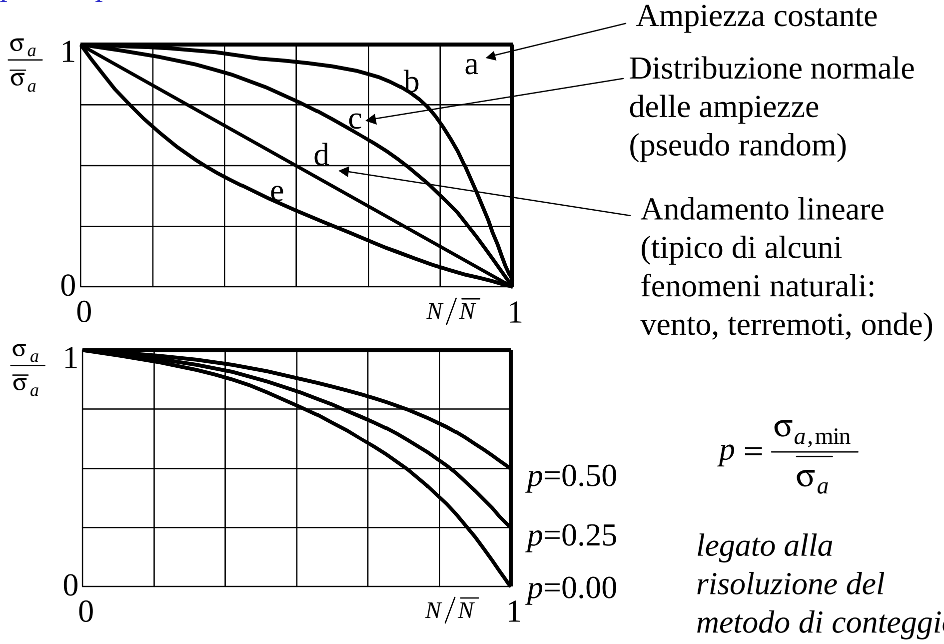

```
C     RAINFLOW ALGORITHM I
C
C     THIS PROGRAM RAINFLOW COUNTS A HISTORY OF PEAKS
C     AND VALLEYS IN SEQUENCE WHICH HAS BEEN REARRANGED
C     TO BEGIN AND END WITH THE MAXIMUM PEAK (OR MINIMUM
C     VALLEY). STATEMENT LABELS CORRESPOND TO THE STEPS IN
C     THE RAINFLOW COUNTING RULES.
C

      DIMENSION E(50)
      N = 0
    1 N = N + 1
      CALL DATA(E(N),K)
      IF (K.EQ.1) STOP
    2 IF (N.LT.3) GO TO 1
      X = ABS(E(N) - E(N - 1))
      Y = ABS(E(N - 1) - E(N - 2))
    3 IF (X.LT.Y) GO TO 1
    4 RANGE = Y
      XMEAN = (E(N - 1) + E(N - 2))/2.
      N = N - 2
      E(N) = E(N + 2)
      GO TO 2
      END
```

Confronto applicazione dei due metodi all'esempio



NB: il metodo rain-flow non richiede stazionarietà ed ergodicità.
Esistono dispositivi di conteggio digitali che permettono l'acquisizione dei dati senza la necessità di registrare l'intera storia! (*real time rainflow*)

Spettri tipici

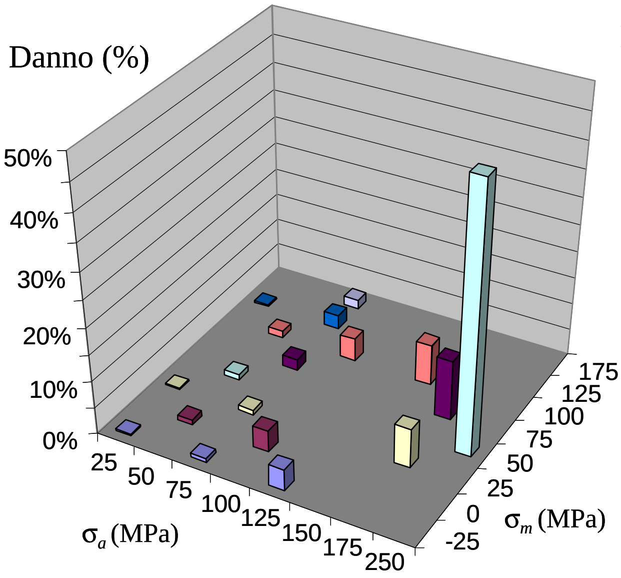


$$p = \frac{\sigma_{a,\min}}{\overline{\sigma}_a}$$

legato alla risoluzione del metodo di conteggio

Danneggiameno calcolato per l'esempio

Matrice di danno

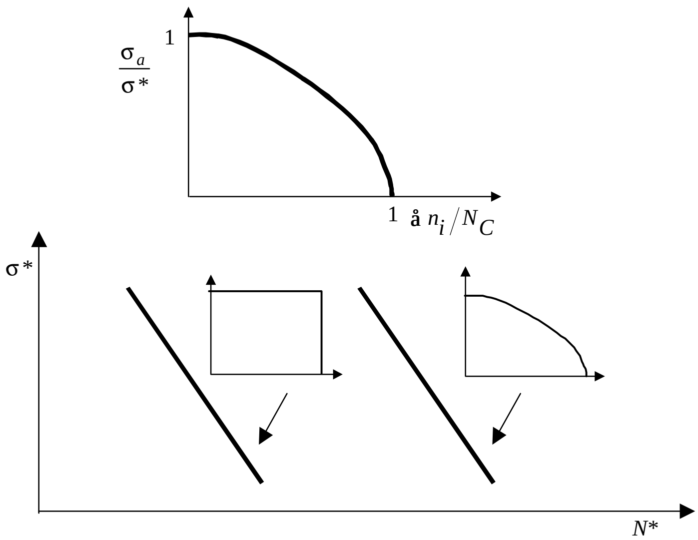


Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 23

Curve di Gassner

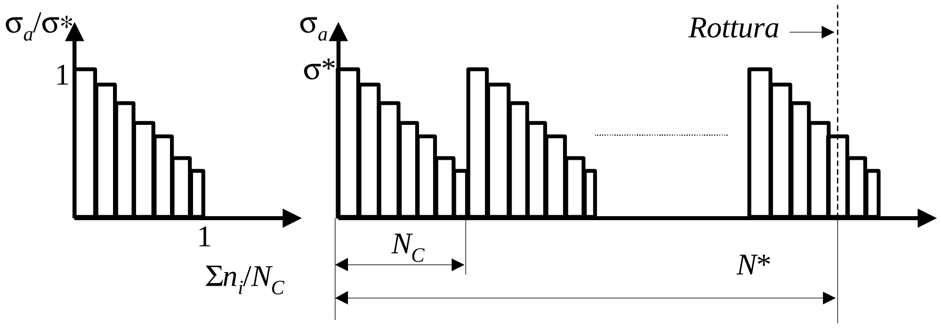
Analoghe a quelle di Wöhler.

σ_a sostituita da σ^* di un cumulativo di forma prefissata, N sostituito da N^*



Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 24

Ottenibile sperimentalmente:



Stimabile per via numerica a partire dalla curva SN e con la regola di Miner:

$$D_C = \sum D_i = \sum \frac{n_i}{N_i} \qquad N^* = \frac{N_C}{D_C} = CS \cdot N_C$$

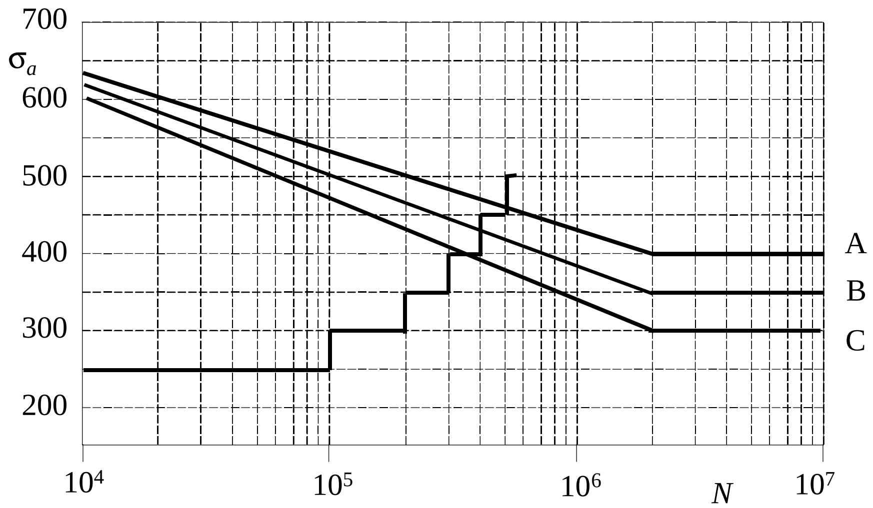
Metodo Locati

- Procedura accelerata per ottenere una stima del limite di fatica
- Basata sulla regola di Miner
- Nato nell'ambito dei controlli qualità ….

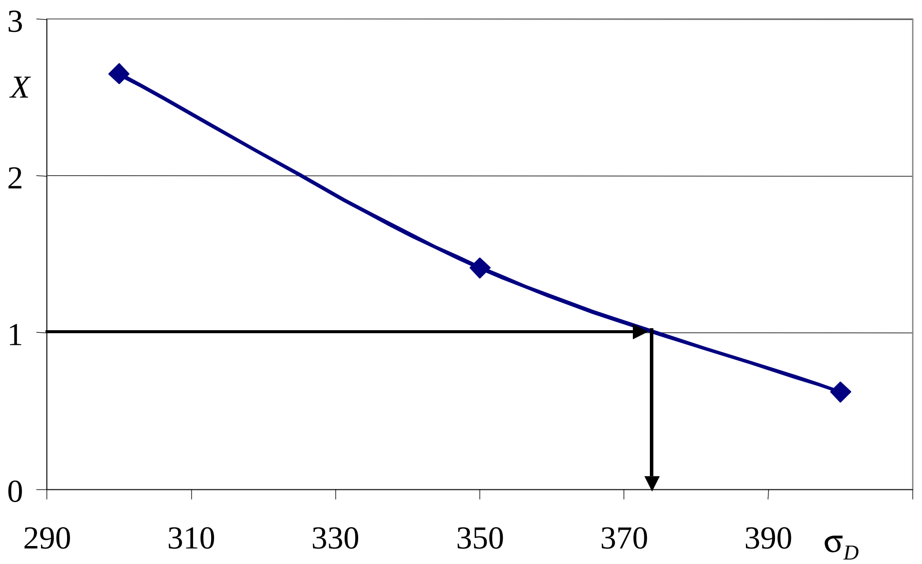
- Si porta a rottura il componente sollecitandolo con blocchi di carico di uguale numero di cicli (*n*) e con ampiezza crescente con incrementi costanti passando da un blocco al successivo.
- Utilizzando tre (*minimo*) diverse curve di Wöhler (*A*, *B* ,*C*) con tre differenti limiti di fatica si ricavano i tre danneggiamenti al momento della rottura:

$$\sum \frac{n_i}{N_{iA}} = X_A \quad \sum \frac{n_i}{N_{iB}} = X_B \quad \sum \frac{n_i}{N_{iC}} = X_C$$

- Il limite di fatica viene ricavato utilizzando un diagramma del danno calcolato in funzione del limite di fatica in corrispondenza del valore unitario del danno



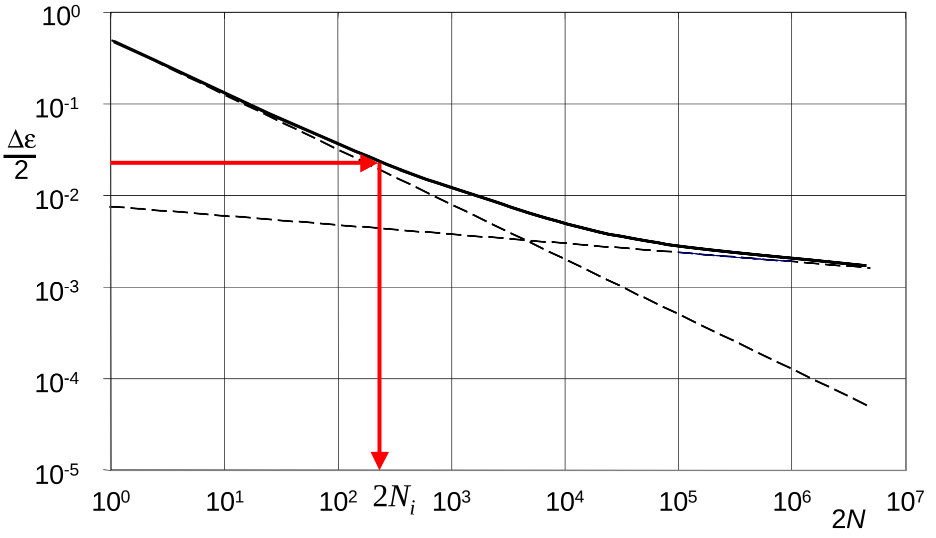
Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 27



A volte si utilizzano scale logaritmiche …..

Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 28

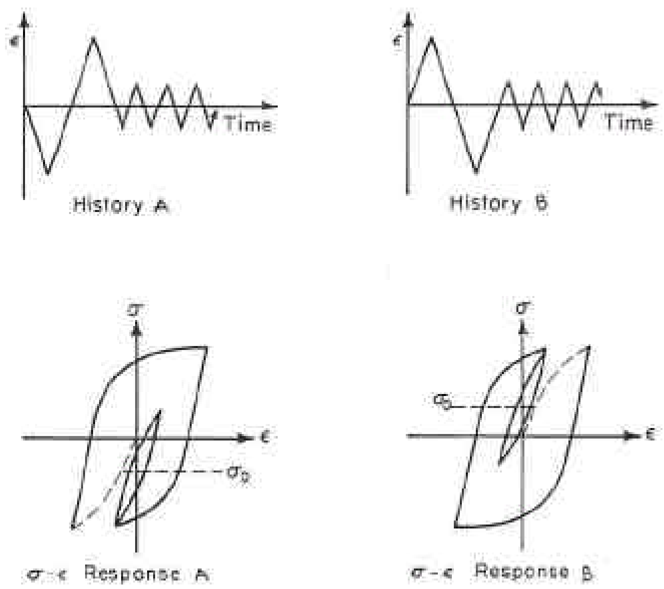
Utilizzo della regola di Miner con la Fatica in ε



Con gli intagli si utilizza la regola di Neuber

Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 29

Tensione media ?



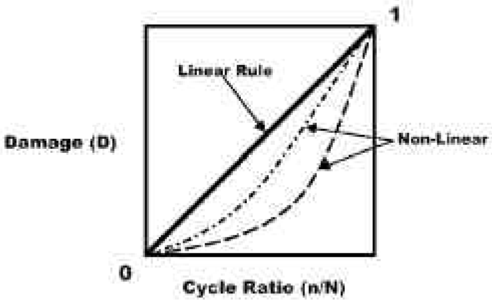
Si hanno tensioni residue dovute alla storia precedente

Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 30

Come tenerne conto ?

A) Regole di accumulo del danno non lineari:

$$D = \sum \left(\frac{n_i}{N_i} \right)^p = C$$

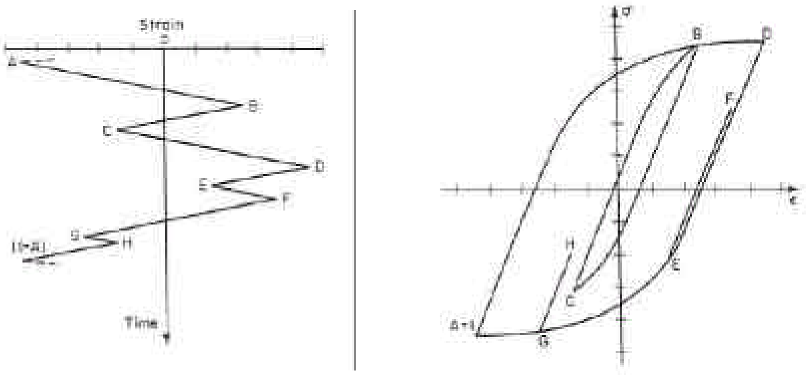


p = parametro di forma:
Dipende dalla storia di carico e deve essere determinato sperimentalmente ….

Utilizzate solo in campi particolari (es: fatica + creep)

Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 31

B) Analisi ciclo per ciclo



Per ogni ciclo si individuano i parametri (ε_{max}, ε_{min}, σ_m)

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{E} (2N)^b + \varepsilon'_f \,(2N)^c \quad \Longrightarrow \quad D_i = \frac{1}{N_i}$$

Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 32

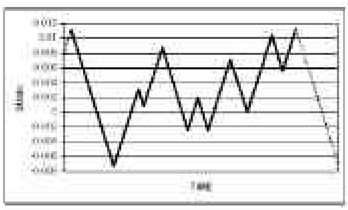
Problemi:

- La storia di carico deve essere conosciuta con precisione anche come sequenza (non essere un campione della missione)
- Tempo di calcolo elevatissimo
- Spesso si hanno solo gli istogrammi di carico (real time rainflow…)
- Si ipotizza comunque che i cicli siano stabilizzati (a meno di non conoscere le leggi di addolcimento-incrudimento)
- Non si tiene conto del rilassamento delle tensioni

Nonostante questi problemi il metodo è implementato
in molti codici di calcolo commerciali

Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 33

C) upper & lower bound method



Si utilizza il metodo rainflow e si disegna il più grande ciclo possibile

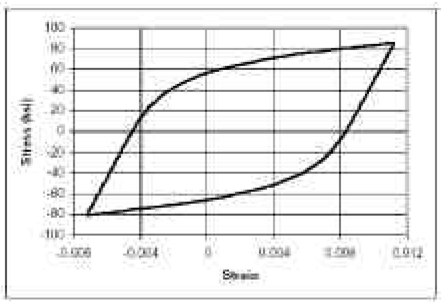
Tutti gli altri cicli saranno all'interno

Si fanno tre calcoli:

•Lower bound

•Upper bound

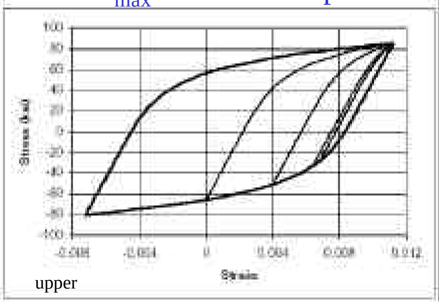
•Midrange



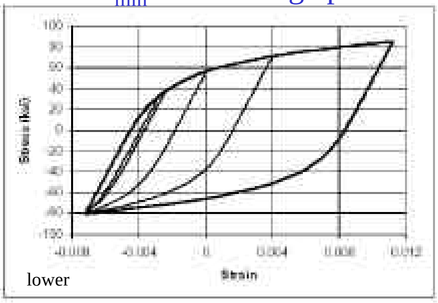
Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 34

Utilizzo Morrow o STW

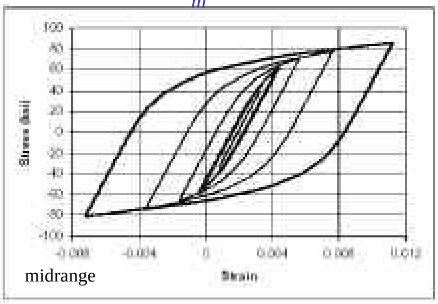
Stessa σ_{max}: vita + corta possibile



Stessa σ_{min}: vita + lunga possibile

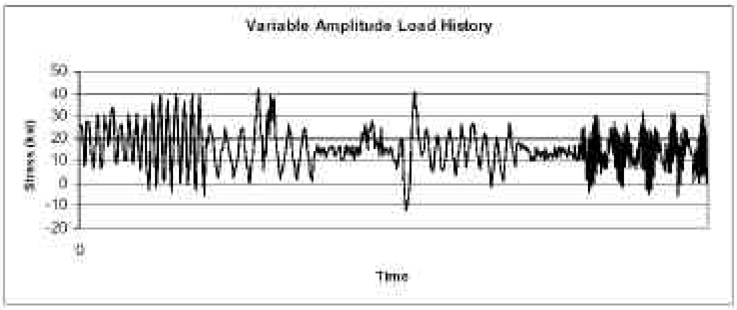


Stessa σ_m: vita media

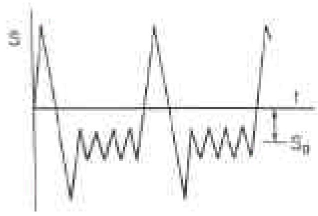


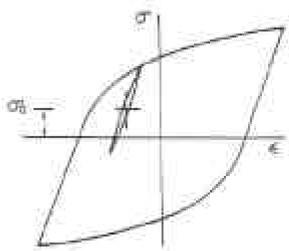
Se i tre valori della vita sono simili, il valor medio conta poco e lo posso trascurare

Per molte storie "random" non polarizzate (stessa tensione media) i tre valori sono simili



I tre valori differiscono per storie con sollecitazioni polarizzate



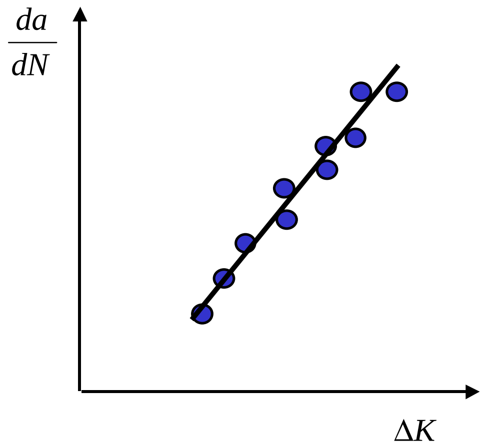


Propagazione delle cricche con carichi ad ampiezza variabile

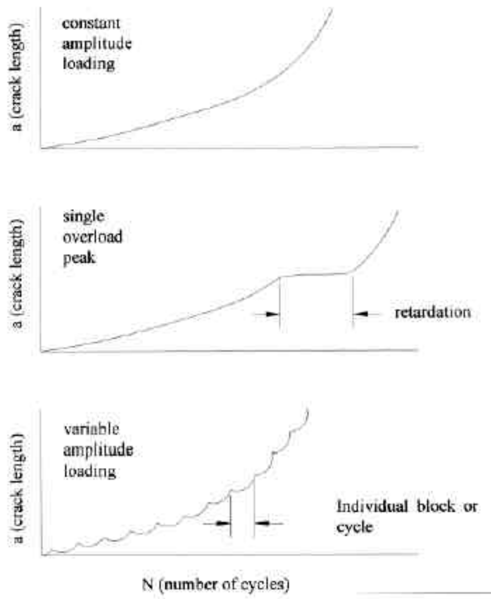
La propagazione delle cricche con carichi ad ampiezza costante viene descritta con la legge di Paris

Paris (1963)

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^{n}$$



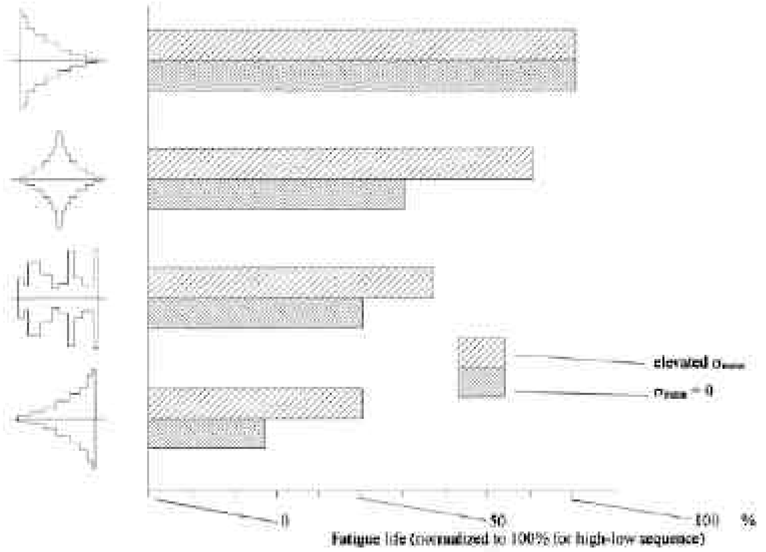
Con carichi ad ampiezza variabile la propagazione è influenzata da vari fattori:



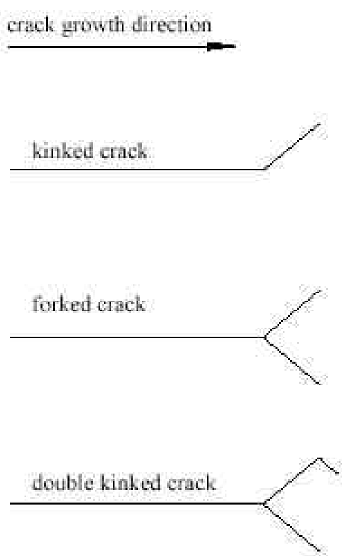
- load sequence,
- changes in crack front geometry,
- crack closure,
- residual stresses,
- crack tip blunting, and
- strain hardening.

Vediamo i principali…

Sequenza:



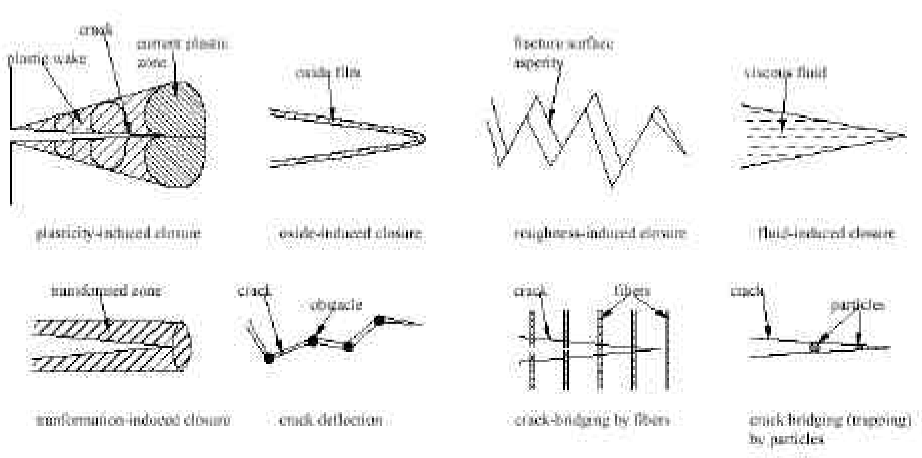
Cambio della direzione di propagazione:



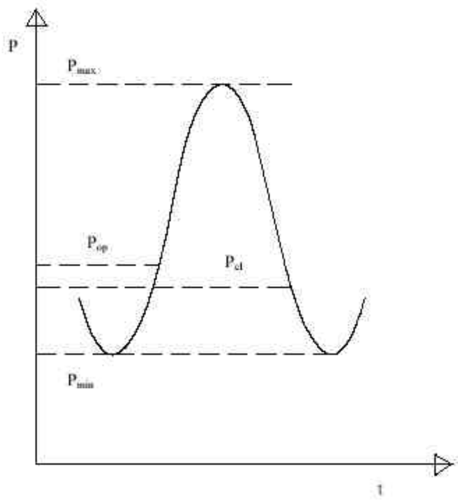
Di entità notevole specie dopo un sovraccarico

Dovuta ad disomogeneità, eventuali effetti dei modi II e III ……

Crack closure:



Si potrebbe anche parlare di *crack opening load*, ma i due carichi sono sostanzialmente indistinguibili



$$\Delta K_{eff} = K_{\max} - K_{op}$$

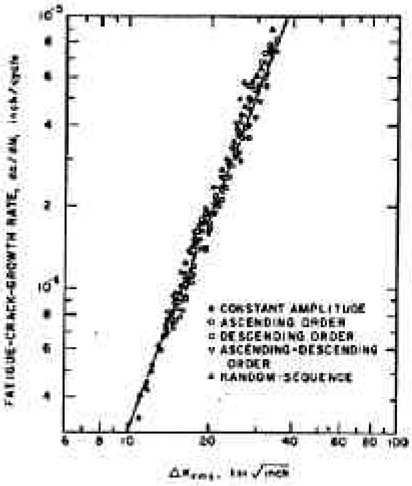
Metodi calcolo: Cycle by cycle, Characteristics method

Cycle by cycle: vari modelli per tener conto degli effetti visti prima, piuttosto complessi: Weelher, Dugdale, Elber (vedi letteratura)

Characteristics method:
Modello di Barsom: basato sul "valore efficace" (**r**oot **m**ean **s**quare)

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K_{rms}^{m}$$

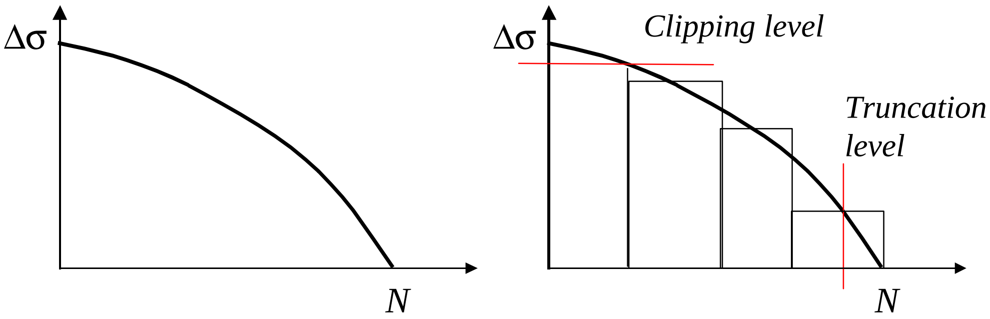
$$\Delta K_{rms} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}\Delta K^{2}}$$



Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 43

Integrazione lineare

Molto spesso non si ha a disposizione la time history ma solo lo spettro di carico (e spesso è una rappresentazione statistica della realtà)



Clipping level: utilizzato per tener conto che i carichi più elevati potrebbero dare valutazioni sbagliate (ritardo….)
Truncation level: per non tener conto dei cicli che concorrono in modo trascurabile alla propagazione (compensato…)

Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile 44

Si divide il numero complessivo di cicli in gruppi più piccoli e si integra numericamente ogni blocco.
La dimensione del blocco è accettabile quando la cricca, alla fine del gruppo, ha avuto un aumento =< 5% rispetto alla lunghezza iniziale