Indice

Esercizio 1-1

Dato lo stato di tensione in un punto di un componente in Fe430 σ_{xx} = 120 MPa, σ_{yy} = 20 MPa, τ_{xy} = 100 MPa, $\tau_{xz} = \tau_{yz}$ = 0 MPa e σ_{zz} = 30 MPa:

1. tracciare i cerchi di Mohr e determinare le tensioni principali;
2. calcolare la tensione ideale secondo le tre ipotesi indicate;
3. calcolare il coefficiente di sicurezza in quel punto adottando una opportuna ipotesi di cedimento
4. calcolare le deformazioni nel sistema di riferimento originario e le deformazioni principali.

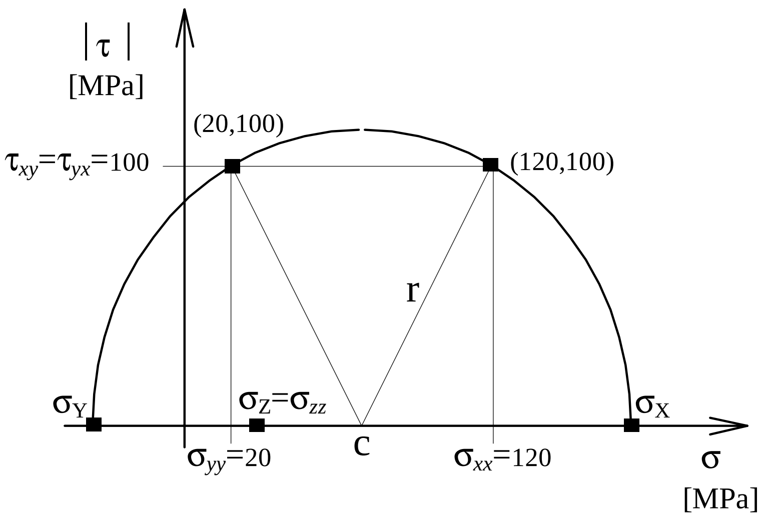
Risposta al quesito 1.

Lo stato di tensione assegnato, scritto sotto forma di tensore delle tensioni è:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 & 100 & 0 \\ 100 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

Dato che $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$, la direzione *z* è principale e la tensione σ_{zz} è principale (σ_Z=30MPa).

Uno dei tre cerchi di Mohr passa per i punti (σ_{yy} = 20 , τ_{xy} = 100) e (σ_{xx} = 120 , τ_{xy} = 100);

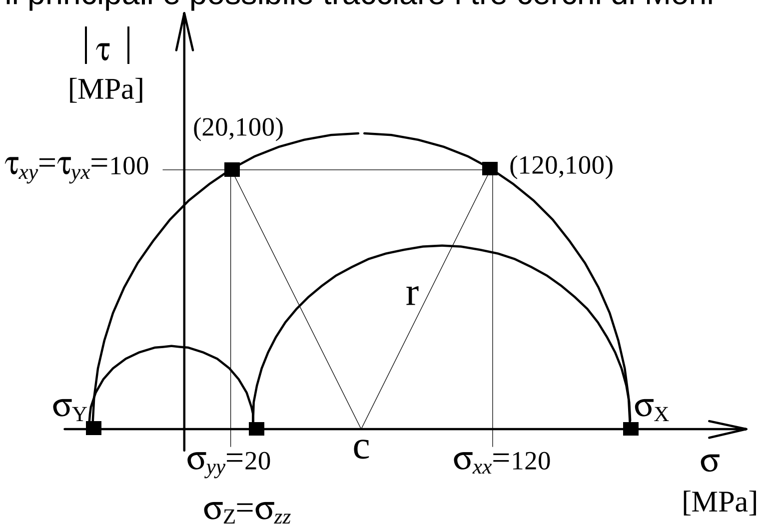


le intersezioni tra questo cerchio e l'asse delle ascisse sono le tensioni principali.

$$\sigma_Y = c - r = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = 70 - 112 = -42 \text{ MPa}$$

$$\sigma_X = c + r = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = 70 + 112 = -182 \text{ MPa}$$

Note le tre tensioni principali è possibile tracciare i tre cerchi di Mohr



In definitiva le tre tensioni principali ordinate sono:

$$\sigma_1=\sigma_X=182\ \text{MPa} \qquad \sigma_2=\sigma_Z=30\ \text{MPa} \qquad \sigma_3=\sigma_Y=-42\ \text{MPa}$$

Risposta al quesito 2

ipotesi della σ massima: $\sigma_{id} = 182$ MPa

ipotesi della τ massima $\sigma_{id} = |\sigma_1 - \sigma_3| = |182-(-42)|\ \text{MPa} = 224\ \text{MPa}$

ipotesi di von Mises:

$$\sigma_{id} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(182-30)^2+(182+42)^2+(30+42)^2}\ \text{MPa}$$
$$\cong 198\ \text{MPa}$$

Risposta al quesito n° 3

Il materiale è duttile (R_m=430 MPa, R_{eH}=275 MPa, A=23%) quindi non è opportuno utilizzare l'ipotesi di rottura della tensione normale massima.
Con le altre due ipotesi si ottengono i seguenti valori

	snervamento	rottura (convenzionale)
Ipotesi Tresca	$CS = \frac{R_{eH}}{\sigma_{id}} = \frac{275}{224} = 1.23$	$CS = \frac{R_m}{\sigma_{id}} = \frac{430}{224} = 1.92$
Ipotesi von Mises	$CS = \frac{R_{eH}}{\sigma_{id}} = \frac{275}{198} = 1.39$	$CS = \frac{R_m}{\sigma_{id}} = \frac{430}{198} = 2.17$

Risposta al quesito 4

Si utilizzano le relazioni che legano tensioni e deformazioni:

dati E= 200000 MPa, v=0.3.

il modulo di elasticità tangenziale risulta: $G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{200000}{2.6} \cong 77000\,\mathrm{MPa}$

nel sistema di riferimento originale abbiamo dunque:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}\left(\sigma_{xx} - \nu\left(\sigma_{yy} + \sigma_{zz}\right)\right) = 5.25 \cdot 10^{-4}$$
$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}\left(\sigma_{yy} - \nu\left(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}\right)\right) = -1.25 \cdot 10^{-4}$$
$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E}\left(\sigma_{zz} - \nu\left(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}\right)\right) = -6.00 \cdot 10^{-5}$$
$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = 1.3 \cdot 10^{-3}\,rad$$

Nel sistema di riferimento principale abbiamo:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left(\sigma_1 - \nu\left(\sigma_2 + \sigma_3\right)\right) = 9.28 \cdot 10^{-4}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left(\sigma_2 - \nu\left(\sigma_1 + \sigma_3\right)\right) = -6.00 \cdot 10^{-5}$$
$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left(\sigma_3 - \nu\left(\sigma_1 + \sigma_2\right)\right) = -5.28 \cdot 10^{-4}$$
$$\gamma_{ij} = 0$$

Torna ad inizio documento

Torna al modulo