

柯 江. 基于桁架单元新模型的混凝土梁破坏过程研究. 低温建筑技术, 2020, 42(11): 82-86

Jiang Ke. Study on Failure Process of Concrete Beams Based on A New Model of Truss Element. Low Temperature Architecture Technology, 2020, 42(11): 82-86

DOI: [10.13905/j.cnki.dwjz.2020.11.021](https://doi.org/10.13905/j.cnki.dwjz.2020.11.021)

**注意:** 提高计算收敛性的一个有效措施是在软件的求解控制中打开稳定设置。在使用 Abaqus 或 Ansys 软件时, 本文中的杆件可以使用铸铁模型。本文中的模型是世界顶级的混凝土模型, 比 Ansys 自己提供的混凝土模型好的多。**(Note:** An effective measure to improve the convergence of calculations is to turn on the stabilization setting in the solution control of the software. When using Abaqus or Ansys software, the bars in this article can use the cast iron model. The model in this article is the world's top concrete model, much better than the concrete model provided by Ansys itself.)

## 基于桁架单元新模型的混凝土梁破坏过程研究

柯 江

(陕西理工大学土建学院, 陕西 汉中 723001)

**摘要:** 桁架单元新模型是基于与正六面体单元在等效外力下的受拉、受压、剪切的应力应变曲线相同而建立的。对一个带有初始裂纹的简支弹塑性混凝土梁, 采用新单元法、有限元法进行对比分析, 可以发现两种方法计算的荷载-位移曲线、荷载-裂纹的张开位移关系曲线, 在各级荷载作用下的位移等值线和最大荷载作用下的水平正应力分布, 均吻合良好, 而且新单元法可以直观的显示混凝土梁的裂纹扩展破坏过程。

**关键词:** 塑性力学; 桁架单元; 弹塑性; 裂纹扩展; 破坏过程

中图分类号: 0344.3

文献标识码: A

### Study on Failure Process of Concrete Beams Based on A New Model of Truss Element

KE Jiang

School of Civil Engineering and Architecture, Shaanxi University of Technology, Hanzhong 723001, China

**Abstract:** The new model of truss element is based on the same stress-strain curves of tension, compression, and shear with the hexahedron element under the equivalent external force. Comparing and analyzing a simply supported elastoplastic concrete beam with initial cracks by using the new element method and the finite element method, it can be found that the load-displacement curve, the load-crack opening displacement curve, the contour of the displacement under the various loads, and the distribution of the horizontal normal stress under the maximum load are all in good agreement. Furthermore, the new element method can visually show the crack propagation and the failure process of concrete beam.

**Key words:** Plasticity; truss element; elastoplastic; crack propagation; failure process

对于带初始裂纹的混凝土结构进行荷载作用下的破坏过程研究, 是固体力学的一个难题, 理论求解是不可能的, 一些学者采用有限元法、扩展有限元法、近场动力学理论、离散元法等进行了有益的探索<sup>[1-6]</sup>。一种固体的桁架单元新模型不但可以求解各向同性、正交各向异性的线弹性空间问题、平面应力问题和平面应变问题, 还可以计算塑性材料(如钢材)、脆性材料(如混凝土)的弹塑性问题; 此外, 新单元模型已经在梁、框架、板的塑性极限分析等领域, 得到了一些完美的成果, 体现了它的独特价值<sup>[7-12]</sup>。本文将采用固体的桁架单元新模型, 对一个带初始裂纹的简支弹塑性混凝土梁, 分析了其荷载位移曲线、裂纹的张开位移曲线, 还有各级荷载作用下的位移场、最大荷载作用下的水平正应力分布, 并与有限元法进行了对比, 最后还给出了混凝土梁的裂纹扩展破坏过程。

### 1 新单元法

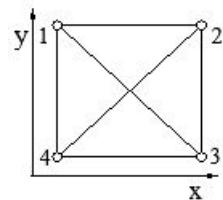


图 1 平面桁架单元新模型

对于混凝土材料, 文献[8]、文献[9]是两种相似但又不完全相同的计算模型, 由文献[8-9]可知: 对于混凝土弹塑性分析的平面应力问题, 基于正六面体微元与桁架单元在等效外力作用下的纯剪切、单轴受拉、单轴受压的应力应变曲线相同(严格来说, 由于参数的取值, 导致有时两者的曲线并不完全相同, 但桁架单元的应力应变曲线包含正六面体微元的应力应变曲线控制点), 建立了平面桁架单元新模

型(图1),下面把新单元中与坐标轴平行的杆件称为“平行杆”,倾斜的杆件称为“斜杆”;当新单元模型在各坐标轴方向的尺寸相等时,4个平行杆的截面面积为 $A_1=3Lh/8$ ,2个斜杆的截面面积为 $A_2=3\sqrt{2}Lh/8$ ;L表示平行杆的长度,h表示平面应力问题的厚度。材料的泊松比取 $\nu=1/3$ ;各杆件的弹性模量与材料的弹性模量相同,材料在单轴受压、单轴受拉、纯剪切时的应力应变曲线,以及桁架单元中的平行杆和斜杆的单轴受压、单轴受拉应力应变曲线见文献[8]或文献[9]。由新单元模型求弹塑性固体内任意点的应力、应变计算方法见文献[10]:把弹塑性固体离散成由许多新单元组成的桁架结构,通过计算这个桁架结构,可以得到各结点的位移,这些结点位移就作为固体内各点的位移,一点的正应力、剪应力可通过杆件的轴力求得;一点在不同方向的线应变可采用该位置处的杆件的线应变,剪应变则根据与线应变的关系求得(此外,结点的应变也可通过结点位移计算得出)。

## 2 带初始裂纹的简支弹塑性混凝土梁

### 2.1 计算模型

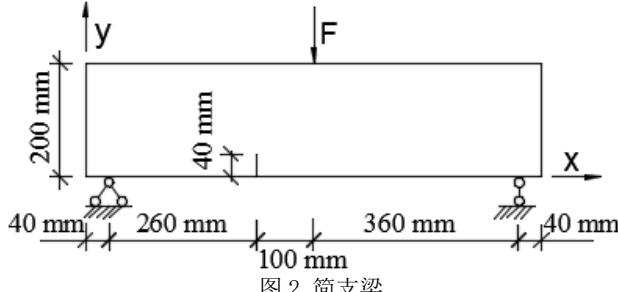


图2 简支梁

简支混凝土梁的尺寸、荷载、初始裂纹见图2,长度为800mm,支座之间的跨度为720mm,截面尺寸为 $b \times h = 100\text{mm} \times 200\text{mm}$ ,裂纹高度为40mm。材料参数:弹性模量 $E=30000\text{ N/mm}^2$ ,泊松比 $\nu=1/3$ 。本文采用文献[9]中的平面桁架单元新模型进行计算,划分的每一个新单元在两个方向的尺寸均为20mm,共划分为 $40 \times 10 = 400$ 个单元;为了和传统的有限元法对比,建立了有限元计算模型,其平面应力单元的数量共计400个;两种计算模型见图3。

平行杆、斜杆的截面面积分别为: $A_1=750\text{mm}^2$ , $A_2=1060.66\text{mm}^2$ 。材料、平行杆、斜杆的应力应变曲线见文献[9],其计算参数的取值如下:

(1)混凝土的抗压强度 $f_c=14.3\text{ N/mm}^2$ ,抗拉强度 $f_t=1.43\text{ N/mm}^2$ ,抗剪强度 $\tau_0=f_t$ ;

(2)材料单轴受压应力应变曲线上升段的峰值应变 $\varepsilon_{c0}=0.002$ 、下降段的极限压应变 $\varepsilon_{cu}=0.006$ ,二次上升段的最大压应变 $\varepsilon_{cmax}=\varepsilon_{cu}$ ,即本文的计算实例没有考虑曲线的二次上升段。曲线的二次上升段是笔者为了使新单元模型符合传统强度理论(材料三轴受压强度无穷大)而建立的;而混凝土即使单轴受压,被压碎了如同沙子一般,但沙子如果单轴受压,其最终强度必是无穷大,因此曲线增加二次上升段是符合实

际的,但一般情况下,新单元模型不需要考虑二次上升段。

(3)材料单轴受拉时,极限拉应变 $\varepsilon_u=0.004142$ ;材料纯剪切时,应力应变曲线下降段的极限剪应变 $\gamma_{max}=0.1$ 。

(4)表示应力应变曲线形状的其它参数,取: $k_1=0.24$ , $k_2=k_3=0.1$ , $k_4=0.01$ , $k_5=0.8$ , $k_6=0.6$ 。

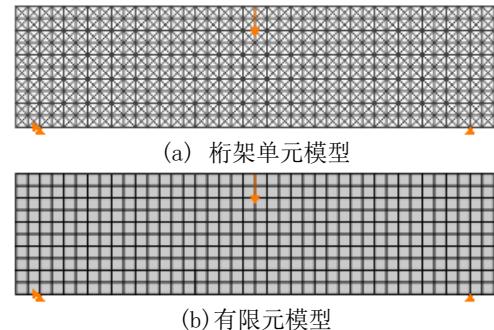


图3 两种计算模型

为了获得荷载-位移曲线的下降段,故采用位移加载,集中荷载作用点处施加的最大竖向位移取0.5mm。两种计算模型均采用Abaqus软件求解,桁架单元模型采用Abaqus中的杆件单元,而有限元模型采用Abaqus中的平面应力单元,由于杆件单元和平面应力单元都需要输入不同的单轴受压、受拉应力应变曲线,故本文采用Abaqus中的混凝土损伤塑性模型(concrete damage plasticity model),不设置损伤变量,即为弹塑性模型;对于杆件单元,也可以采用Abaqus中的铸铁塑性模型(cast iron plasticity model)。

### 2.2 结果分析

#### 2.2.1 荷载-位移曲线及荷载-裂纹的张开位移关系曲线

通过计算,绘制了加载点处的荷载-位移关系曲线(图4),以及新单元法、有限元法在加载点不同位移下的荷载对比(表1)。由图4、表1可知:当竖向位移 $U_2=0.01\text{mm}$ 时,此时简支梁完全处于线弹性阶段,两种方法的荷载偏差为2.1%;当竖向位移 $U_2=0.08\text{mm}$ 时,两种方法均达到最大荷载,偏差为9.5%;当竖向位移 $U_2=0.5\text{mm}$ 时,虽然两种方法的荷载偏差为84.2%,但受力影响小,因为此时处于荷载-位移曲线下降段的末期,且对应的荷载不到最大荷载的10%;总体上看,两种方法的荷载-位移曲线吻合良好。

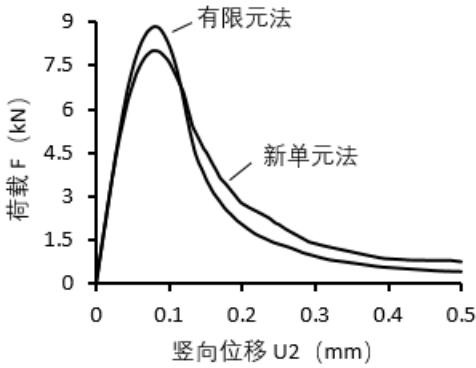


图 4 荷载-位移关系曲线

表 1 在加载点不同竖向位移下两种方法的荷载对比

位移 U2 (mm)	荷载 (N)		偏差
	有限元法	新单元法	
0.01	1648.7	1683.5	2.1%
0.08	8858.6	8021.4	-9.5%
0.5	403.7	743.8	84.2%

由新单元法、有限元法的荷载-裂纹的张开位移关系曲线(图 5)可知,两种方法的荷载-初始裂纹下端开口处的张开位移曲线吻合良好,并且在达到 50% 的极限荷载之前,两种方法的曲线基本完全重合。

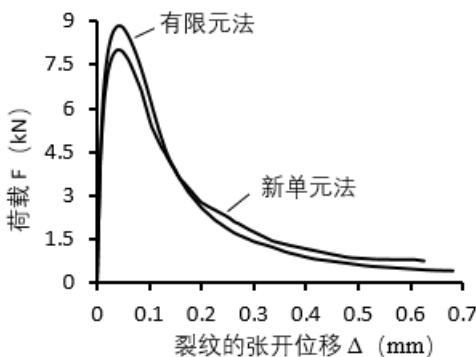
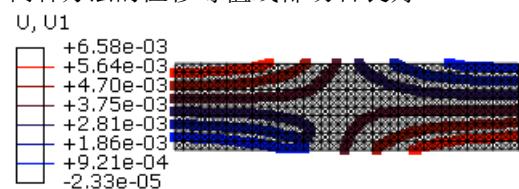


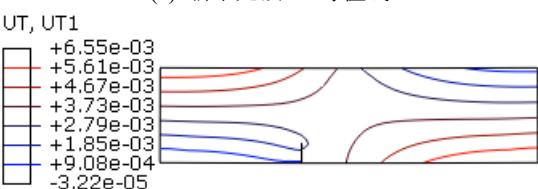
图 5 荷载-裂纹的张开位移关系曲线

## 2.2.2 位移等值线

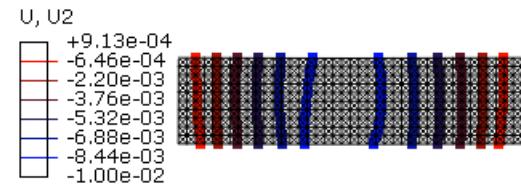
由图 6、图 7、图 8 的位移等值线(变形比例放大因子均为 100)可以看出:从加载到破坏的各个阶段,两种方法的位移等值线都吻合良好。



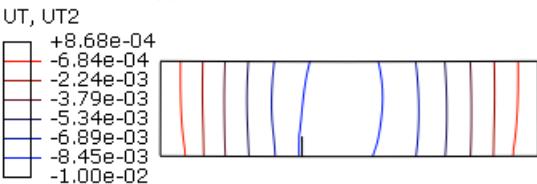
(a) 新单元法 U1 等值线



(b) 有限元法 U1 等值线

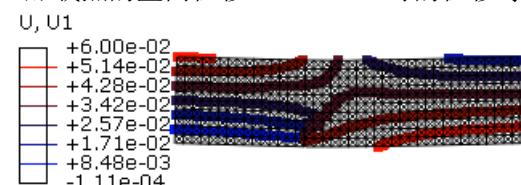


(c) 新单元法 U2 等值线

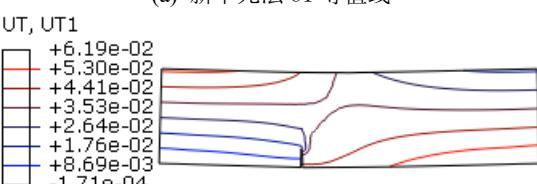


(d) 有限元法 U2 等值线

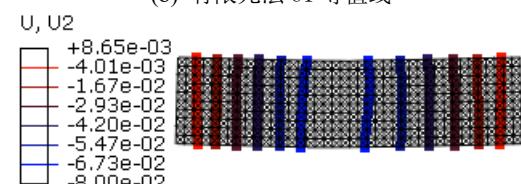
图 6 加载点的竖向位移 U2=0.01mm 时的位移等值线



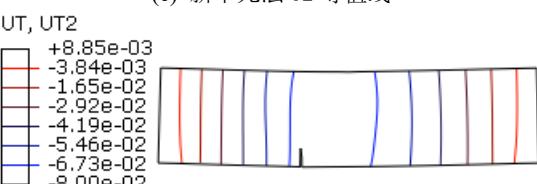
(a) 新单元法 U1 等值线



(b) 有限元法 U1 等值线

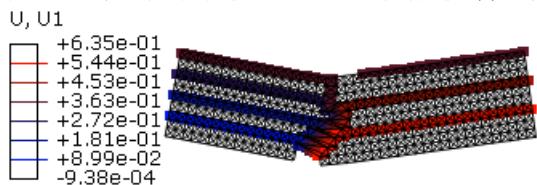


(c) 新单元法 U2 等值线

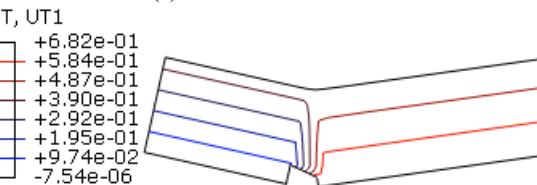


(d) 有限元法 U2 等值线

图 7 加载点的竖向位移 U2=0.08mm 时的位移等值线



(a) 新单元法 U1 等值线



(b) 有限元法 U1 等值线

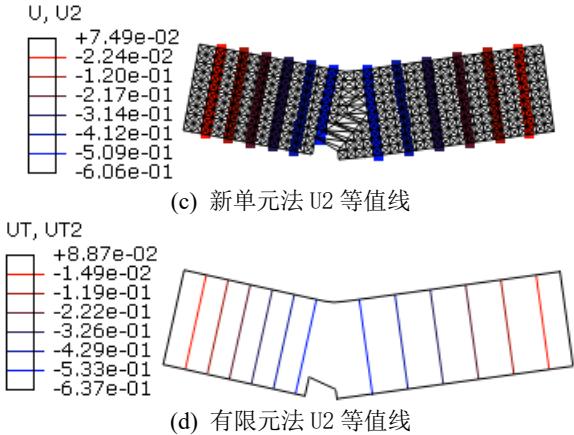


图 8 加载点的竖向位移  $U_2=0.5\text{mm}$  时的位移等值线

### 2.2.3 水平正应力沿截面高度的分布

由表 2、表 3 和图 9、图 10 可知，简支梁达到最大荷载时，在  $x=300\text{mm}$ 、 $x=400\text{mm}$  截面两种方法计算的水平正应力，沿截面高度的分布均吻合良好。

表 2 在  $x=300\text{mm}$  截面两种方法计算的水平正应力  $\sigma_x$

考察点的坐标 (x, y) (mm)	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	
	新单元法	有限元法
(300,40)	1.091	0.991
(300,60)	1.391	1.216
(300,80)	1.447	1.375
(300,100)	1.172	1.439
(300,120)	0.286	0.949
(300,140)	-0.453	-0.409
(300,160)	-1.229	-1.373
(300,180)	-2.202	-2.300
(300,200)	-3.062	-3.436

表 3 在  $x=400\text{mm}$  截面两种方法计算的水平正应力  $\sigma_x$

考察点的坐标 (x, y) (mm)	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	
	新单元法	有限元法
(400,0)	1.570	1.293
(400,20)	1.368	1.243
(400,40)	0.973	1.215
(400,60)	0.800	1.113
(400,80)	0.790	0.959
(400,100)	0.839	0.691
(400,120)	0.627	0.216
(400,140)	-0.410	-0.480
(400,160)	-1.295	-1.425
(400,180)	-2.219	-3.037
(400,200)	-4.596	-4.538

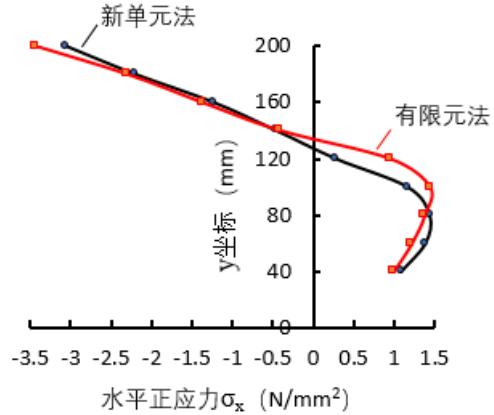


图 9 在  $x=300\text{mm}$  截面两种方法计算的水平正应力  $\sigma_x$  沿截面高度的分布

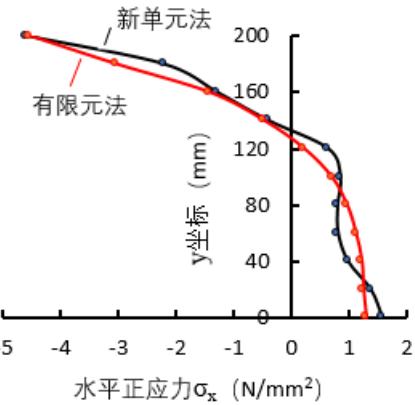
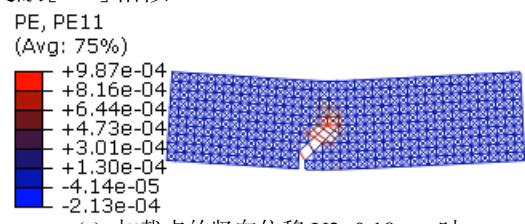


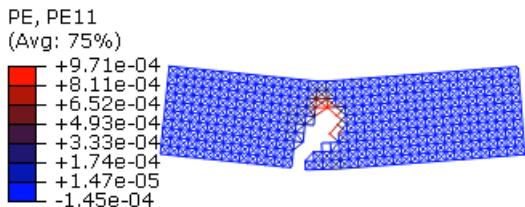
图 10 在  $x=400\text{mm}$  截面两种方法计算的水平正应力  $\sigma_x$  沿截面高度的分布

### 2.2.4 新单元法的裂纹扩展破坏过程

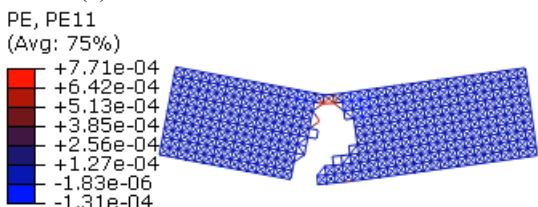
为了显示混凝土梁的裂纹扩展破坏过程，对于新单元法以塑性拉应变达到 0.001 作为判定“杆件拉断”的准则，在 Abaqus 后处理里面，通过删除“塑性拉应变达到 0.001 以上的杆件”（Abaqus 可以非常容易的完成此项任务），可以直观的展示混凝土梁的裂纹扩展破坏过程（可以动画显示）。计算分析发现，当达到最大荷载时，该简支梁尚未产生新裂纹；图 11 展示了荷载-位移曲线的下降段 3 个时刻的裂纹扩展破坏情况（变形比例放大因子均为 100），随着加载点的竖向位移加大，新裂纹从初始裂纹尖端处起裂，然后沿着加载点的方向扩展，最后向上贯通整个梁，致使简支梁破坏，其破坏规律与文献[1-4]相似。



(a) 加载点的竖向位移  $U_2=0.18\text{mm}$  时



(b) 加载点的竖向位移  $U_2=0.28\text{mm}$  时



(c) 加载点的竖向位移  $U_2=0.5\text{mm}$  时

图 11 新单元法的裂纹扩展破坏过程

### 3 结论

通过新单元法、有限元法对简支弹塑性混凝土梁破坏过程的研究，可以发现两种方法计算得到的荷载-位移曲线、荷载-裂纹的张开位移曲线、在各级荷载作用下的位移等值线，以及最大荷载作用下沿截面高度分布的水平正应力，均吻合良好，而且新单元法可以直观的展示混凝土梁的裂纹从起裂到破坏的全过程。

### 参考文献:

- [1] 侯艳丽,周元德,张楚汉.用 3D 离散元实现 I/II 型拉剪混合断裂的模拟[J].工程力学, 2007, 24(3):1-7.
- [2] 谷新保,周小平.裂纹扩展和连接过程的近场动力学数值模拟[J].岩土力学, 2017, 38(2):610-616.
- [3] 黄明利,朱万成,逢铭彰.动载荷作用下含偏置裂纹三点弯曲梁破坏过程的数值模拟[J].岩石力学与工程学报, 2007(s1):3384-3389.
- [4] 夏雨,黄山,聂宏涛等.基于塑性损伤模型的三点弯曲梁裂缝扩展规律研究[J].广西大学学报(自然科学版), 2017, 42(3):1170-1178.
- [5] Xu Wei, Zang Mengyan and Sakamoto Jiro. Modeling mixed mode fracture of concrete by using the combined discrete and finite elements method [J]. International Journal of Computational Methods 2016, 13(1):1650007(1-22).
- [6] 秦洪远,刘一鸣,黄丹.脆性多裂纹扩展问题的近场动力学建模分析[J].浙江大学学报(工学版), 2018, 52(3):497-503.
- [7] 柯江.实体结构求解的新方法 [J].山西建筑, 2008, 34(9):112-113.
- [8] 柯江.弹塑性固体的新单元模型 [J].山西建筑, 2016, 42(31):46-47.
- KE Jiang. A new element model of elastic-plastic solid bodies [J]. Shanxi Architecture, 2016, 42(31):46-47.
- [9] 柯江.混凝土弹塑性分析的新模型 [J].山西建筑, 2017, 43(11):49-50.
- [10] 柯江.基于固体新单元模型分析理想弹塑性问题[J].山西建筑, 2012, 38(36):42-43.
- [11] 柯江.一种矩形板塑性极限分析的新方法[J].塑性工程学报, 2019, 26(3):218-222.
- [12] 柯江.基于新模型求解平面应变问题[J].低温建筑技术, 2014, 36(8):92-94.